

YONSEI CSE NEWSLETTER

THE DEPARTMENT OF COMPUTATIONAL SCIENCE AND ENGINEERING MAGAZINE OF YONSEI UNIVERSITY



책 뒷면에
CSE 퀴즈를
풀어보세요.
추첨을 통해 경품을
드립니다.

YONSEI CSE NEWS LETTER : VOL. 3

from the Head of Department

학과장님 격려사

계산과학공학 뉴스레터 3호의 발간을 매우 기쁘게 생각합니다. 이를 위해서 열정을 가지고 준비 중인 편집진들에게 무한한 감사의 뜻을 전합니다.

우리 계산과학공학과는 2013년 8월로서 5년간의 WCU 사업을 성공적으로 종료하고, BKPlus21사업 글로벌 인재양성 지원사업에 선정되어 2013년 9월부터 7년간 연구재단으로부터 재정적인 지원을 받게 되었습니다.

이제는 석박사 졸업생들도 다수 배출되어 중국, 몽골 등지에서 교수로 채용되거나 LG나 삼성과 같은 대기업 또는 해외기업에 취직 또는 해외유명대학에 박사과정으로 진학하고 있습니다.

재학생수도 40여명을 넘겨, 확보된 대학원생 연구실 자리도 다 채워 새로 공간을 확보해야 할 형편입니다.

명실공히 연세대학교의 독립적인 학과로서 자리매김을 공고히 하고 있습니다.

융합은 이질적인 두 가지가 상호보완을 통해서 창조적으로 서로 녹아드는 것을 의미하는 용어로서 최근에 회자되고 있는 매우 뜨거운 화두이긴 하지만 현실적으로 이를 달성하기는 그리 쉽지는 않습니다. 특히나 학과의 형태로서 성공적인 융합을 이루기는 더욱 어렵습니다.

수학과 공학이 융합의 도가니 안에서 현실적으로 인간에게 도움이 되는 수학의 추구와 엄밀한 이론에 근거한 공학의 적용이 창의적 계산과정을 통해 이루어지고 있는 곳이 바로 우리 계산과학과입니다.

또한 입학단계부터 매우 엄격한 심사과정을 거쳐서 선발된 대학원생 한명 한명이 자부심을 갖고 남다른 열정으로 상상에 기반을 둔 창의적인 연구에 매진하고 있는 곳이 우리 계산과학과입니다.

이에 걸 맞는 학과의 슬로건으로

**Yonsei Computational Science
and Engineering
where imagination is computed**

를 제안해봅니다.

국제적인 경쟁력을 갖춘 세계적인 학과로 발돋움하길 기대하면서, 다시 한번 더 뉴스레터의 발간을 위해서 시간과 노력을 아끼지 않은 편집진들에게 고마움을 전합니다.

이창훈 계산과학공학과 학과장



YONSEI CSE NEWS LETTER : VOL. 3

from the Editor's Desk

편집장의 글

겨울입니다.

유난히 더웠고 분주했던 여름과 캠퍼스가
공사장이 되기 시작했던 가을을 지나 어느덧
무심하게도 다시 한번 새로운 계절이 오고
있습니다.

지난 7월, 새로 들어온 대학원생과 학부 인턴
연구원들의 자리가 배정됨과 함께 CSE의
여름이 시작되었습니다. 여름 동안 수 많은
세미나가 있었고 인턴들을 위한 summer
school, 스터디도 진행됐습니다. 세미나
발표를 준비하거나, 포스터 발표 준비 등으로
인한 CSE 구성원들의 소위 ‘밤샘’도
어렵지 않게 찾아볼 수 있었습니다.

이러한 풍경들은 매일 볼 수 있는 흔한 CSE의
모습들입니다. 과장된 말이 아닙니다. 구성원
모두 자신의 연구와 CSE의 업적을 위해서
새벽마다 불을 밝히며 노력하고 있습니다.
자정이 훌쩍 넘어간 시간에도 환한 연구실.
이러한 CSE 사람들의 성실함 덕분에
단기간에 CSE가 기틀을 다지고 성장할 수
있었으리라 생각합니다. 게다가 이번에
BK21+ 사업단 중 하나로 선정된 것에는
이러한 노력 덕분이라고 생각합니다.

세 번째 뉴스레터가 발간되었습니다.
뉴스레터는 CSE의 하루 하루가 모여서
이루어진 결실 중의 하나입니다.

이런 의미를 지닌 뉴스레터가 세 번째 호를
발간했다는 것에서 연세대학교
계산과학공학과의 기반이 튼튼해지고
있음을 알 수 있으며, 이 점에 대해서
자부심을 느끼게 됩니다. 또한 이번
인턴들이 방학 동안 많은 공부와 활동을 한
후 마무리를 하는 의미를 갖는다고
생각합니다.

세 번째 뉴스레터는 그 의미에 걸맞은 좋은
글들이 쓰여졌습니다. CSE가 무엇인지,
CSE의 구성원들은 어떤 생활을 하고
있는지 등 여러 내용을 담고 있습니다.
CSE에 관심이 있으시다면 꼭 읽어보시길
권합니다.

마지막으로 감사의 말을 전합니다.
UCLA에서 공부하는 중에도 그 곳의 소식을
보내준 유병수 인턴과 중간고사 기간에
겹쳐있었음에도 차질 없이 기사를 써준
인턴 연구원들, 바쁜 일정 중에서도 기꺼이
기사를 써주신 권혁남 선배님께 고맙다는
말씀을 전하고 싶습니다. 또한 세 번째
뉴스레터 발간을 위해 물심양면으로
지원해주신 CSE 이창훈 교수님과 이은정
교수님, 그리고 모든 것을 총괄하고
이끌어주신 한해은 선생님께 깊은 감사의
말씀을 드립니다.

Editorial

김기하 k-kiha@yonsei.ac.kr
원성진 sjwon1991@nate.com
김동건 karoty@naver.com
유병수 byeongsu.yu@gmail.com
최원준 kgarrett0810@gmail.com
이지영 jiinng@naver.com
노경민 blackcata109@gmail.com
오동건 ehdrjs0313@nate.com
최연주 ywn0709@naver.com

권혁남 3c273-85@hanmail.net

Editorial Design

한해은 csedept@yonsei.ac.kr
+82 2 2123 6121
<http://cse.yonsei.ac.kr>

김동건 계산과학공학과 통합과정

YONSEI CSE UNDERGRADUATE RESEARCH PROGRAM : HISTORY

1기

소속

마성필(기계02)	현대자동차 연구원
백대선(기계06)	KT
윤은혜(수학07)	Northwestern University 대학원 통계학과
이승리(수학06)	연세대학교 대학원
이윤섭(수학06)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
정재영(기계04)	국방과학연구소
최재규(수학04)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
한지연(기계06)	삼성엔지니어링
한진호(수학07)	연세대학교 대학원 수학과
홍정우(기계06)	현대자동차 연구원

6기

소속

송지운(수학07)	연세대학교 수학과
7기	
김기하(천문우주07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
박태윤(물리09)	연세대학교 물리학과
양두리(고려대 대학원 수학과)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
이슬잎(수학06)	연세대학교 대학원 계산과학공학과

2기

태현욱(수학08)	포항공과대학교 대학원 금융공학
임동섭(경영04)	연세대학교 대학원 계산과학공학과 석사 졸업
유영호(기계07)	University of Washington 응용수학 전공
박상로(기계02)	서울대 대학원 기계공학과
박형석(수학07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과]
황윤구(수학07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과 석사 졸업
	삼성메디슨 연구원

3기

안진성(물리04)	Macquarie Securities Korea Limited
김영태(수학06)	연세대학교 대학원 전기전자공학과
윤창식(물리06)	University of Rochester 광학전공
이훈재(기계07)	고려대학교 대학원 뇌공학과
지동근(지구시스템02)	연세대학교 대학원 지구시스템학과

4기

이호준(기계07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
유병훈(기계07)	연세대학교 대학원 기계공학과
박창래(수학05)	연세대학교 대학원 수학과

5기

김종수(컴퓨터과학07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
이해선(수학05)	미래에셋금융그룹

8기

김대성(고려대 수학과07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
김대형(기계07)	서울대학교 대학원 기계항공공학과
김형석(수학06)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
신연종(수학07)	University of Utah 응용수학전공
원성진(기계10)	연세대학교 대학원 계산과학공학과

9기

김동건(응용통계07)	연세대학교 대학원 계산과학공학과
유병수(경영06)	UCLA 수학전공
최원준(수학10)	연세대학교 수학과

10기

김지윤(이화여대 수학11)	이화여자대학교 수학과
노경민(대기과학11)	연세대학교 대기과학과
오동건(대기과학11)	연세대학교 대기과학과
이민지(이화여대 수학11)	이화여자대학교 수학과
이지영(이화여대 수학11)	이화여자대학교 수학과
최연주(대기과학11)	연세대학교 대기과학과

YONSEI CSE UNDERGRADUATE RESEARCH PROGRAM : HISTORY : GALLERY



Atmospheric Science in CSE

Editor > 노경민 계산과학공학과 URP / 대기과학과 3학년

대 기과학(Atmospheric Science) 이란 지구 대기의 운동과 물리적 화학적 상태를 연구함으로써 대기의 질서와 법칙을 밝히는 자연과학의 한 분야이다. 과거의 대기과학은 주로 일기 및 기후 연구에 국한되어 있었으나, 최근 들어서 과학기술의 급속한 발전과 사회적 요구에 따라 대기환경, 고층 및 행성 대기, 대기화학 및 생물학, 기후 및 계절 예측까지 학문영역이 확장되고 있는 추세이다.

그 중에서 대기과학이라는 학문의 가장 큰 목표는 '예측(Prediction)'이다. 당장 내일 비가 올지 안올지부터 시작해서 지구온난화로 인한 장기간의 시뮬레이션까지 미래의 기후 정보를 예측하는 것이 대기과학이라는 학문이 가지고 있는 가장 큰 목표라고 생각할 수 있다. 대기과학에서는 여러가지 측정 자료들을 모으고, 각각의 현상에 맞는 수학적 방정식들을 모수화(parametrization) 한 후, 그것을 모델링을 하여 그것을 통한 자료동화를 반복하는 등의 과정을 통해서 예측을 한다. 수학적, 물리적 이론들이 바탕이 되어서 대기과학이라는 것이 시작되기는 하였지만, 그 예측이라는 학문적 특성은 컴퓨터의 성장과 함께 발전하였다.

수학적, 물리적 이론들이 바탕이 되어서 대기과학이라는 것이 시작되기는 하였지만, 그 예측이라는 학문적 특성은 컴퓨터의 성장과 함께 발전하였다.

대기를 이루는 구성요소는 위도, 바람의 속도, 압력, 온도 등 수많은 것들이 있고, 그것을 이루는 방정식을 매우 복잡하여서 Exact Solution을 구하는 것이 쉽지 않고, 수치적으로 풀어내기에는 너무 많은 계산량을 요구한다. 그렇기 때문에 컴퓨터가 없고 이론적인 바탕으로만 예측을 하려 했을 때는 웃지 못할 상황이 벌어지곤 하였다. 예를 들면 얻은 자료들을 바탕으로 내일 날씨를 예측하여야 하는데, 사람의 손으로 계산을 하다 보면 내일 날씨를 일주일 뒤에 예측할 수 있다든지 그러한 일들이 일어나곤 했다. 그렇기 때문에 수많은 계산들을 빠르게 처리할 수 있는 컴퓨터의 발달은 대기과학이란 학문이 꽂을 피우는데 결정적 역할을 하게 되었고, 지금까지 여러 가지 현상들을 분석하는데 있어서 계산과학이 다방면에서 사용되고 있다.

NWP in CSE

Introduction

먼저 계산과학은 수치예보(Numerical Weather Prediction)라는 곳에서 사용된다. 수치예보란 측정된 많은 자료들을 바탕으로 여러 가지 현상들을 알고리즘화시켜 모델링을 한 후 그것을 Numerical하게 풀어내어 미래의 단기적인 날씨를 예측하는 것을 말한다. 이것은 예측해내는 것들은 비슷하지만, 장기적인 날씨의 예측 및 시뮬레이션 하는 기후모델(Climate model)과 조금 차이를 가지고 있다. Bjerknes는 처음으로 대기를 예측하고 수치예보를 하기 위해선, 일곱 가지 지배방정식들을 풀어야만 한다는 것을 확인하였다.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\alpha \nabla p - \nabla \phi + \mathbf{F} - 2\Omega \times \mathbf{v} \quad (1-3)$$

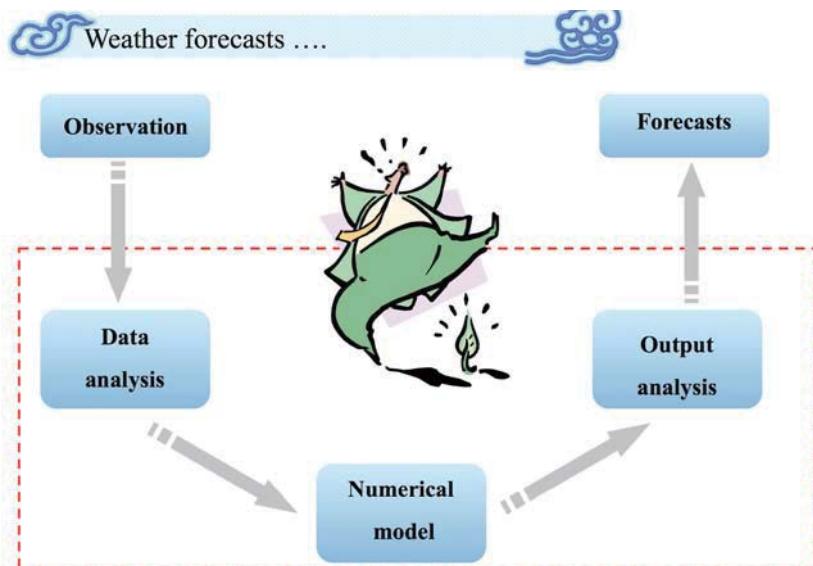
$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \quad (4)$$

$$p = \rho R T \quad (5)$$

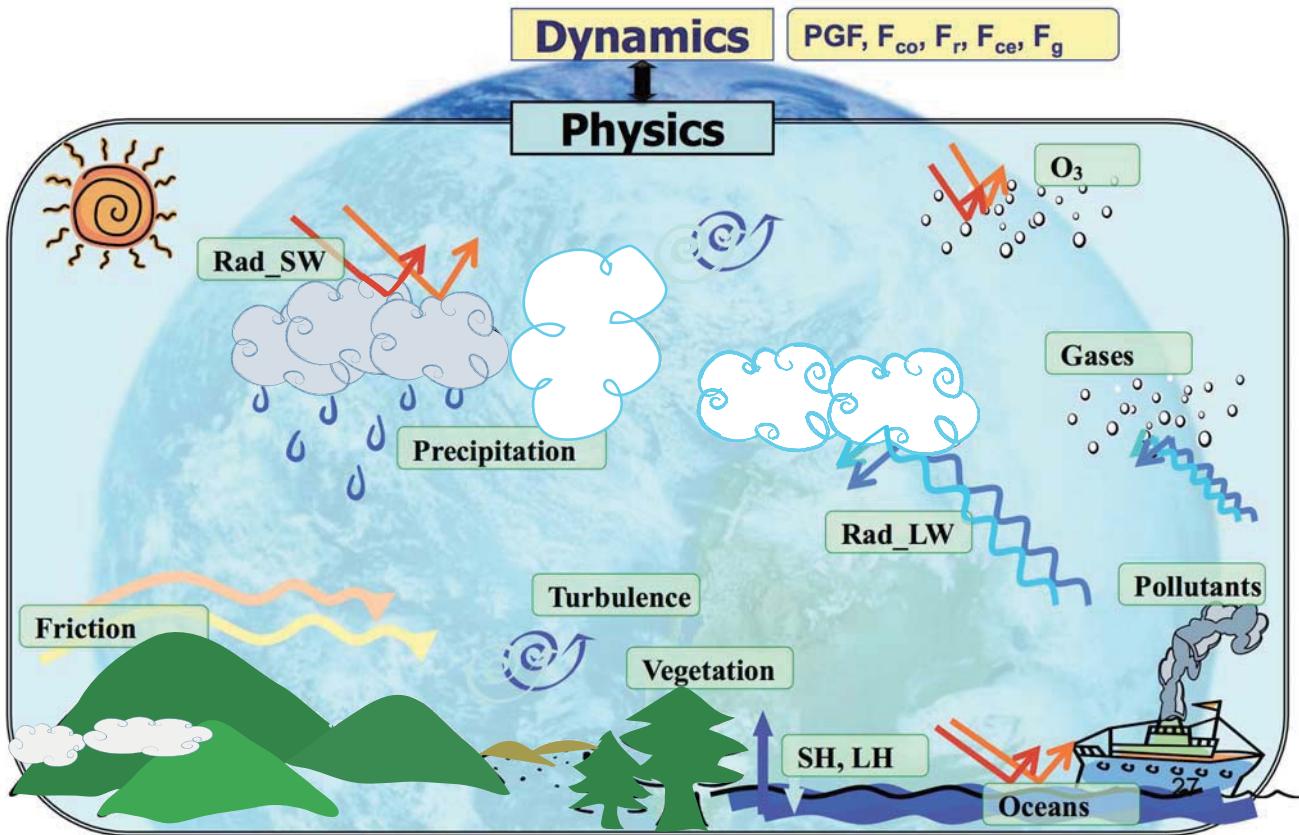
$$\frac{ds}{dt} = C_p \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{Q}{T} \quad (6)$$

$$\frac{dq}{dt} = E - C \quad (7)$$

7 equations, 7 unknown (u, v, w, T, p, den and q)



위와 같은 방정식들이 처음으로 1900년대 초에 이론적으로 정립이 되었고, 그 후 1950년대 최초의 컴퓨터인 ENIAC의 발명과 함께 컴퓨터의 의한 예측이 가능하게 되었다. 현재는 수많은 슈퍼컴퓨터들이 날씨를 예측하기 위해 수치예보에 사용되고 있다. 현재 우리나라의 경우를 살펴보면 초기분 시스템으로는 '해빛', 최종분 시스템으로는 '해운' (현업 시스템)과 '해담' (백업 시스템)이라는 순우리말 이름을 가진 3대의 슈퍼컴퓨터를 기상청에서 활용하고 있다. 위의 7개의 지배 방정식들을 수치적으로 계산하고 그것들을 물리적인 현상들과 함께 통합하여서 계산을 해야만 정확한 날씨를 예측하는 일을 할 수 있다.



Lattice System

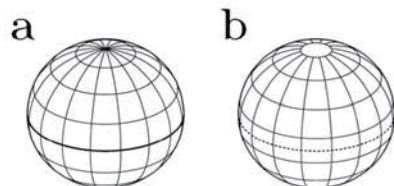
이러한 대기의 운동과 상태를 기술하는 비선형 미분방정식들을 계산하기 위해서 가장 먼저 구의 형태인 지구를 구면좌표계로

이산화(Discretization) 시켜야만 한다.

적절하게 이산화하고 주어진 초기 및 경계조건을 사용하여 이러한 미분 방정식들을 해를 구하게 된다. 그러나 구면좌표계를 평범한 사각형 격자로 나누게 될 때엔 극점(North and South Poles)에서 특이점을 포함하고 있기 때문에 특별한 수치적 해법이 요구된다. 이러한 특이점의 존재로 인하여 발생하는 모든 문제를 우리는 극문제 (Pole Problem)이라고 한다.

대기 대순환 모델에서 우리는 초기에 가장 널리 사용한 것은 위경도 좌표계의 유한차분법(Finite Difference Method)이다. 위경도선에 따른 격자점의 설정은 구조적 격자체계로 지극히 자연스러운 접근법으로 컴퓨터 코딩과 실행에 매우 효율적이고 간단하다. 그러나 이러한 유한 차분법으로 풀 경우 CFL 조건 $\Delta t \leq c/\Delta x$ (Δt : 시간간격, c : 파동의 전파속도 혹은 이류속도, Δx : 격자간격) 때문에, 극지역에서 시간간격의 제한이 더 크게 되는 제한 조건이 생겨서 현업모델에선 실제로 사용되기는 쉽지 않았다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서 Kurihara는

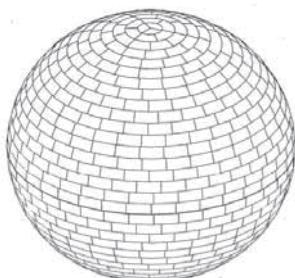


경도-위도 좌표계의 두 가지 형태의 등간격 격자분포
(a): 극을 포함 (b): 극을 포함하지 않음

극으로 갈수록 격자수가 감소하는 감소격자체계(Reduced Grid System)를 고안하여서 사용되었다. 하지만 또 다른 문제가 생겨, 1960년대에는 Geodesic Grid, 또는 정 20면체(Icosahedron) 격자체계가 등장하였다. 그러나 그 당시 Geodesic Grid의 Elliptic Solver가 개발되지 않은 상태였기에 제대로 적용을 하지 못하다가 1990년 말에 개발되어

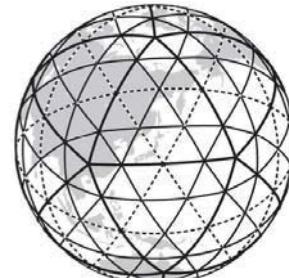
장시간 적분에 문제가 없음을 보여주었다. 이외에도 2000년대에는 삼각형의 Geodesic Grid를 바탕으로 육각형과 오각형을 사용하여 안정성과 효율성이 매우 높지만, Laplacian 연산자의 역산에 많은 계산시간이 걸리는 단점이 있는 Geodesic Grid가 개발이 되어 사용되고 있으며, 1996년에는 구에 내접하는 정육면체를 정의하고 각 면에 설정된 것 같은 크기의 정사각형의 격자를 구면에 투영한 것으로 일정한 격자 크기를 갖기 때문에 유한차분과 스펙트럴 요소법이 모두 사용될 수 있는 Cubed Sphere 이란 격자체계가 개발되었다. 위의 언급한 격자체계 이외에도, 전구에서 거의 균일한 해상도를 제공하는 격자체계로 Ying-Yang Grid, Fibonacci Grid 등을 여러 가지 격자체계들이 지구를 수치적으로

Reduced zonal Transform Grids in Polar Regions



감소격자체계 (reduced grid)

Spherical Geodesic or Icosahedral Grid



정 20면체 격자체계 (geodesic grid)

격자체계를 만드는데 사용되고 있다. 현재 우리나라에서는 한국형수치예보모델을 만들기 위해 영국의 UM(Unified Model)을 빌려서 개발 중인데, UM의 격자체계는 Staggered Grid인 Arakawa-C Grid를 사용하고 있다.

Horizontal Discretization

주어진 지배 미분방정식들을 Numerical 하게 근사하는 방법이 여러가지 존재한다. 그 중 좌표계에서 사용되는 이산화 방법들에 대해서 알아보면 다음과 같다.

유한 차분법 (Finite Difference Method)

미분식을 근사하는 가장 기본적인 방법으로 유한차분법을 들 수 있는데, 1960년대 초 대기대순환 모델부터 현재까지 지속적으로 사용되고 있다. 가장 간단한 예로서 $\partial f / \partial x$ 의 경우 다음과 같이 쓸 수 있다.

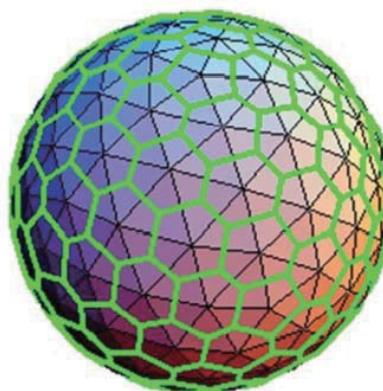
$$\frac{\partial f}{\partial x} \simeq \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i}$$

유한 차분법의 경우 다양한 격자체계에 매우 유연하게 적용될 수 있다는 장점이 있지만, 비선형불안정이 발생하며 파동운동의 위상속도와 군속도의 오차를 근본적으로 피할 수 없다는 단점을 가지게 된다.

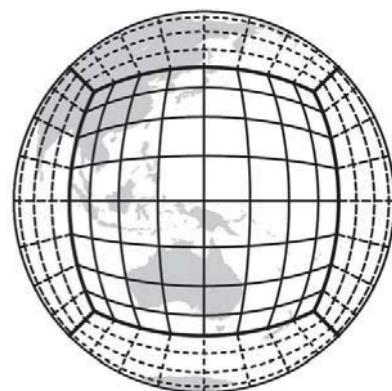
갤러킨 방법 (Galerkin Method)

갤러킨 방법은 종속 변수를 미리 정의된 기저함수(basis functions)의 급수(series)로 나타내는 방법을 말한다. 따라서, 종속 변수의 미분의 기저함수의 미분을 이용하여 나타낼 수 있다. 그러한 방법들 중에는 직교하는 함수를 기저함수로 사용하는 스펙트럴법(spectral method)가 존재하며, 공간적으로 2격자 범위의 유한요소를 기저함수로 갖는 유한요소법(Finite Element Method), 그리고 전체영역을 작은 요소로 분할 한 뒤, 작은 영역에 대해 스펙트럴법을 적용하는 스펙트럴 요소법(Spectral Element Method) 등이 존재한다.

크게 이 2가지 방법 이외에도 격자의 경계에서 flux를 이용하여 공간 미분을 처리하는 방법인 유한체적법(Finite Volume Method)이라던지 일반적으로 육각형과 오각형으로 구성되어 있는 Geodesic Grid에서의 이산화 방법인 Geodesic Grid Method 등이 존재한다.



Geodesic Grid



Cubed Sphere Grid

Atmospheric Science in CFD

Introduction

대기과학에서 주로 다루는 물질들을 크게 보면 '공기'와 '물'이다. 대기의 움직임들을 예측하고 그것들이 대기 중, 혹은 지표면에 존재하는 물들과 어떻게 상호작용을 이루고 움직이는지 탐구하는 것이 대기과학에서의 가장 큰 연구대상 중 하나이다. 이 두 물질은 유체(Fluid)라는 것으로 하나로 볼 수 있다. 그렇기 때문에 모든 대기의 움직임들을 유체역학(Fluid Mechanics) 방정식들에 의해서 지배된다.

유체역학의 경우, 이론적 배경과 함께 컴퓨터가 발달하면서 유체의 움직임에 대해서

(대기과학에서의 미래의 날씨와 마찬가지로)

방정식을 통해 예측하고 시뮬레이션을 하는 것들이 가능하게 되었다. 그것을 보고 우리는 CFD(Computational Fluid Mechanics)라고 부른다. 기초적으로는 나비에 스토크스 방정식을 풀어내는 것으로 유체의 흐름을 예측하고, 난류의 움직임을 RANS, LES 또는 DNS란 방법을 통하여 그 움직임을 시각적으로 나타내어 확인하는 것 등을 CFD라고 한다. 이러한 CFD는 여러 방면에서 대기과학을 연구하는데 많은 면에서 활용되곤 한다.

Cloud Model

'구름'은 복잡하고 알기 어려운 현상이다. 간단하게 설명할 때에는 구름 속에 있는 Aerosol이나 다른 작은 구름 씨앗들 주위로 물방울이 달라붙어 그 크기 적당히 커졌을 때에 상승과 하강운동을 반복하여, 중력의 영향을 받기에 충분한 질량이 되었을 때 지상으로 떨어지는 것을 우리는 구름이라고 말을 한다. 구름 내에서

무엇에 의해 움직이는지 그리고 충돌 등은 어떻게 이루어지는지에 대해서 많은 분야에서 연구가 이루어지고 있다. 그 중에서 구름 안에서의 입자들간의 충돌과 움직임을 난류를 통해서 일어나는 것을 LES를 통해 분석 후 시뮬레이션을 하기도 한다.

• Simulation of realistic turbulent flow field by LES

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} &= -\varepsilon_{ijk} f_{ijk} \bar{u}_k + g \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{\theta_0} \delta_{ij} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\theta}_i}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{\theta}_j) - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \bar{u}_j \bar{\theta}_i + (\frac{\partial \bar{\theta}_i}{\partial t})_{RAD} - \partial (\frac{\partial \bar{\theta}_i}{\partial t})_{PREC} \\ \theta_v &= (\theta_i + \frac{L}{C_p T} \theta_j)(1 + 0.61q - q_i) \end{aligned}$$

• Lagrangian motion of suspended particles in turbulent flows

$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{dt} &= \frac{1}{\tau_p} (u_i - V_i - w_i) \\ * \quad \tau_p^{-1} &= \frac{3\pi}{4\beta d} C_D |\vec{u} - \vec{V}|, \quad w_i = \frac{\beta - 1}{\beta} g \tau_p, \quad \beta = \rho_p / \rho_f \end{aligned}$$

위와 같은 식들을 통해서 LES Cloud Model을 만들어, 지금까지 이론적으로 나왔었던 구름미세물리, 적운모수화 등에서 가정되었었던 많은 가정들을 직접 검증할 수 있게 되는 것이다. Cumulus Cloud 내에서의 작은 particle들의 움직임을 LES 모델에 의해서 시뮬레이션 하여 그 결과를 주제하면 구름이 어떻게 형성되는지에 대하여서 우리는 새롭게 알 수 있게 된다.

Urban CFD

현대의 도시들은 과거의 자그마한 빌딩들이 아닌 마천루들이 가득한 곳으로 변해왔다. 건설기술의 발달과 함께 작은 면적에서 더 많은 활용도를 사용하기 위하여 초고층빌딩들이 도시를 차지하게 되었고, 그 결과 그러한 높은 건축물들은 열을 흡수하여 도시를 뜨겁게 만들기도 하고 바람의 흐름을 막는 방해물(Obstacle)로 된다. 이러한 바람들을 연구함을 통해서 오염물이 어떻게 확산되고 정체되어있는 지에 대해 알 수 있다.

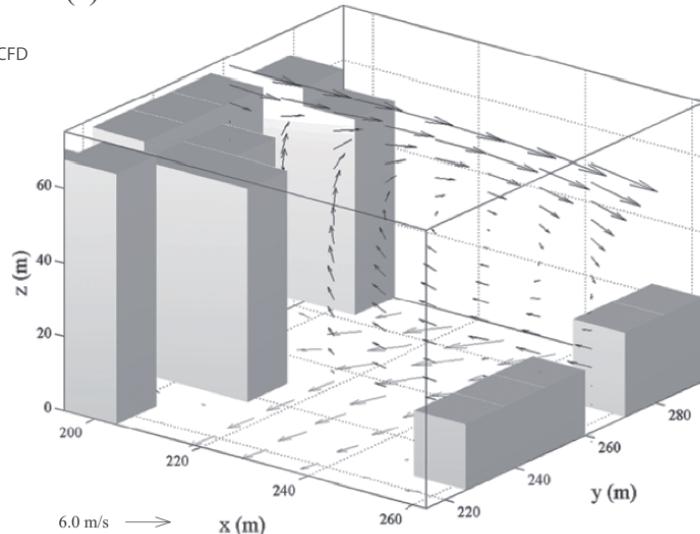
이러한 건물들의 높이들과 건축물들의 특성이 도시의 대기를 어떻게 변화시키는 지에 대한 것도 대기과학에서의 연구대상 중 하나이다. 거대한 도시의 수많은 건축물들 사이에서 바람이 어떻게 흘러가는 지에 대한 것은 유체 흐름의 지배방정식인 Navier-Stokes Equation 을 따르겠지만, 위낙 변화가 다양하고 고려해야 할 변수가 많다. 또한 계산 규모도 크기 때문에 사람의 손으로 하기에는 한계가 있어 이러한 연구에 있어서 우리는 CFD를 사용할 수 밖에 없다. 도시 내에서 움직임을 CFD Model로서 연구한 백종진 교수님의 논문을 보면, Reynolds averaged Navier-Stokes Equations Model 을 $k-\varepsilon$ turbulence model 을 사용하여 적절한 조건들이 정해져 있을 때에 도시 내에서 바람의 흐름이 다음과 같이 흐른다는 것을 예측 가능하다는 것을 알 수 있다.

CSE의 분야를 활용하는 대기과학을 연구하고 싶은 학생으로서, 앞으로 어떤 새로운 그리고 놀라운 기법들이 나타나 미래에 좀 더 발전된 예보를 할 수 있을 것들이 기대가 된다.

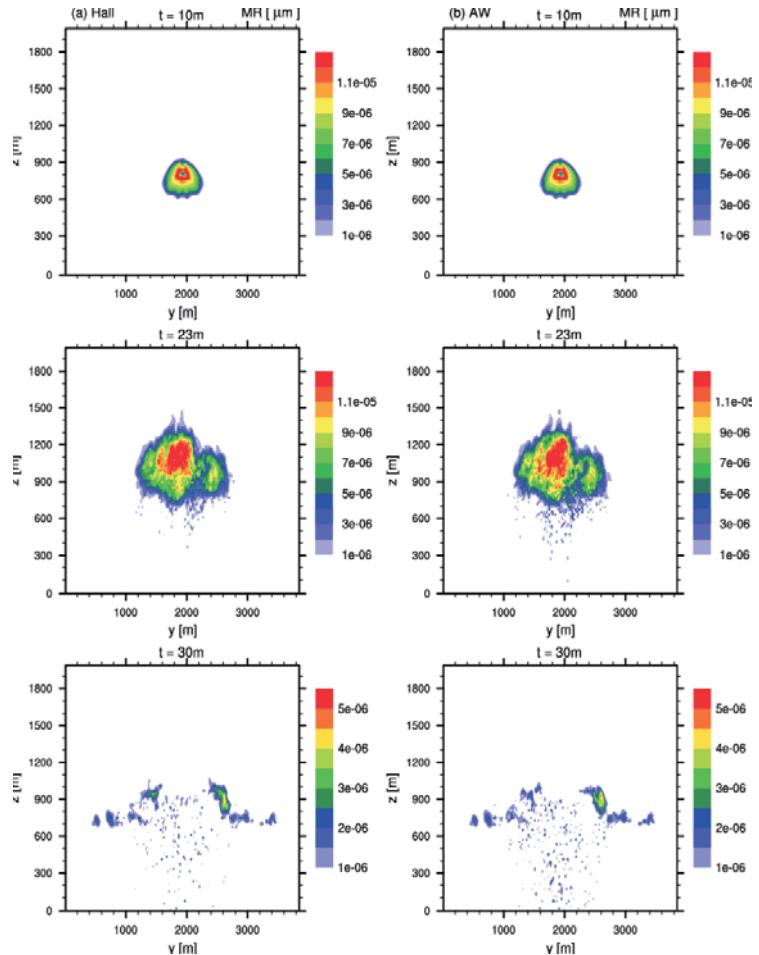
End

(c)

Urban CFD



LES Cloud Model



Conclusion

이외에도 대기과학의 여러 가지 분야에서 계산과학은 활용되고 있고, 앞으로 더 많은 분야에서 활용이 될 것이다. 대기과학이라는 학문 자체가 가지고 있는 이론을 실험을 하기가 어렵다는 특성 때문에 앞으로 더 많은 대기과학의 세부 연구영역에서 계산과학을 많이 필요로 할 것이다. 대기과학의 경우 다른 과학계산의 영역보다 엄청난 양의 계산을 요구한다. 얼마나 좋은 슈퍼컴퓨터를 많이 가지고 있느냐에 따라서 정확도가 높아질 수도 있고, 그 예측이 더 빨라질 수도 있다. 반면에 하드웨어적인 상황이 더 발전을 시킬 수도 있겠지만, CSE에서의 소프트웨어적인 기법들의 발달은 또한 계산량을 줄여주고 좋은 모델을 만들고 예보를 하는 데에 기여를 할 수도 있다. Data Assimilation에서부터 CFD까지 많은

WCU와 BK21 PLUS, 그리고 CSE

Editor > 원성진 계산과학공학과 URP / 기계공학과 4학년



안녕하세요. 계산과학공학과에서 학부인턴을 하고 있는 기계공학과 4학년 원성진입니다. 대학원을 생각하고 있는 학생들이라면 필수적으로 생각해보게 되는 부분이 한 학기, 혹은 한 달마다 지금되는 인건비 및 생활비 일瞪데요, 이러한 인건비는 어디에서 나오는 것일까요? 주로는 연구실에서 따오는 프로젝트로부터 지급되는 금액이라고 생각하실 겁니다. 하지만 이 뿐 아니라 국가에서 지정한 사업단에 선정될 경우에도 학생들을 위한 어마어마한 자본이 투입되게 됩니다. 이 시간에는 사업단에 관한 부분을 조금 알아볼까 합니다.

혹시 WCU에 관해 들어 보신적이 있나요? WCU란 World Class University 의 약자로 정부에서 세계수준의 대학을 만들어보자는 취지 하에 이루어진 국가 프로젝트입니다. 정부 지원의 WCU 사업이 올해 2013년 상반기를 끝으로 마무리 됨에 따라 연세대학교 CSE에서는 후속 사업단인 BK21+의 글로벌인재양성사업에 지원하게 되었습니다. 전공이 공대, 이과대인 학생들이라면 BK21이라는 단어를 한번쯤은 들어봤을 텐데요, 이는 Brain Korea 21이라는 이름 아래 세계 수준의 대학원과 지역우수대학을 육성하기 위한 교육부의 프로젝트입니다.

BK21은 1단계(1999~2005년)와 2 단계(2006~2012년)로 나누어 단계별로 각각 1조 3000억 원, 2조 300억 원의 예산이 투입된 거대한 규모의 국가적 교육정책으로 진행되었습니다. 이후에 정부에서는 2013년부터 2019년까지 7년간 BK21과 함께 WCU(세계수준 연구중심대학) 정책을 잇는 초대형 대학지원프로그램인 BK21+ 프로젝트를 수립하였습니다.

BK21+는 세가지 유형으로 나뉘어 진행됩니다. 우선 기존의 WCU 사업을 이어받아 대학원의 ‘연구 경쟁력 강화’를 목표로 25개 가량의 사업단이 선정되고 전체 예산의 16%가 투입됩니다. 두번째 유형으로는 기존 BK21 사업을 이어받아 대학원생의 ‘연구장학금 지원’을 목표로 전국과 지역 사업단으로 나눠 선정합니다. 마지막으로 세 번째 유형은 특성화된 대학원의 ‘교육선도모델’ 지원을 목표로 하고 진행됩니다. 연세대학교 CSE의 경우, 기존의 WCU 사업을 이어받는 ‘BK21+ 글로벌인재 양성 사업단’에 지원을 하였습니다. 대망의 9월 12일, 교육부와 한국연구재단은 BK21+ 총괄관리위원회를 열어 전국 단위 16개, 지역단위 5개 대학을 포함한 총 21개 사업단을

확정 발표하였고, 연세대학교 CSE가 이에 선정되는 쾌거를 이루어 냈습니다.

대학원을 준비하는 학부생의 입장에서는 석사과정 또는 통합과정으로 있는 동안은 적당한 생활비를 지원받으며 열심히 공부할 수 있으니 금상첨화라고 생각됩니다. 사실 사업단 선정을 위해 지난 학기부터 여름방학 내내 교수님들, 교직원 분들께서 늦은 시간까지 회의 하시고 준비하시며 보이신 열의와 노력이 있었기에 새로운 사업단 선정이라는 좋은 결과를 이뤄내셨다고 생각합니다. End

구분	대학교명	학과(부)명	사업단장	사업단 과제(요약)
전국 (16)	경희대	우주탐사	문용재	달-지구 우주 탐사
	고려대	뇌공학과	이성환	뇌공학글로벌소프트웨어
	광주과기원	물리·화학부	석희용	첨단광융합과학
	서울대	뇌인지과학과	이상훈	뇌인지과학
	서울대	분자의학 및 바이오제약학과	이동수	분자의학 및 바이오제약
	서울대	생물물리 및 화학생물학과	이준호	융합과학 세포다이나믹스
	성균관대	인터넷사이언스학과	조광수	인터넷 사이언스
	성균관대	에너지과학과	디디에르 프리퍄트	융합 에너지
	연세대	계산과학공학과	서진근	계산과학공학
	울산과기대	에너지공학과	이재성	META-신소재 기반 융복합형 에너지 변환 및 저장 기술
	포항공과대	첨단원자력공학부	김무환	첨단원자력공학
	포항공과대	첨단재료과학부	장태현	첨단 기능성 신물질 시스템
	한국과기원	EEWS대학원	강정구	지속 가능한 에너지 과학공학
	한국과기원	나노과학기술대학원	신종훈	융합나노과학
	포항공과대	융합생명공학부	김경태	융합생명공학
지역 (5)	한양대	에너지공학과	선왕국	미래융합 에너지 리더스
	고려대(세종)	소재화학과	고재중	친환경 광전변환 소재 개발
	단국대(천안)	나노바이오의 과학과	김해원	나노바이오 재생의 과학
	부산대	인지메카트로닉스공학과	정명영	나노융합 인지메카트로닉스 공학
	순천대	인체전자공학과	표명호	세계수준의 IT융합-인체전자
	전북대	BIN융합공학과	이중희	미래형 BIN융합 응용소재

연

세대학교 계산과학공학과 (이하 CSE)에서는 독자적인 학부 인턴프로그램으로 URP (Undergraduate Research Program)를 운영하여 이 곳에 관심이 있는 학부생들로 하여금 CSE의 활동에 참여하도록 하고 있다. 크게 드러나지는 않지만 URP는 CSE의 기반으로서의 역할을 충분히 하고 있다. 실제로 URP로 활동하다가 CSE에 진학하는 학생들이 무척 많으며, 여러 행사를 지원하고 참여한다. 또한 뉴스레터 외의 다양한 홍보활동을 지원하고 있다. URP의 생활은 어떠할까? URP의 아리따운 그녀가 URP에 대해 모든 것을 말하고자 인터뷰에 응해주었다. 그녀가 말하는 URP에 대해 들어보자.

소개 및 지원동기

자기소개 부탁 드립니다.

안녕하세요 저는 대기과학과 11학번 3학년 최연주입니다. 현재 계산과학공학과 학부인턴(CSE URP)으로 공부하고 있어요.

어떤 경로를 통해 CSE URP를 알게 되었습니까?
예전에 전 인턴장이었던 선배와 같은 수업을 들었었어요. 우연히 전공에 대해 이야기하게 되면서 대기과학과라면 CFD에 관심 있지 않은지 물어보면서 추천을 해주셨어요. 나중에 뉴스레터도 읽어보며 흥미가 생겨 지원하게 되었어요.

그녀가 말하는 URP

Editor > 원성진 계산과학공학과 URP / 기계공학과 4학년

CSE URP의 분위기

다른 과에서 생활하는 학부인턴의 이미지와 비슷하다고 생각하나요?
비슷하다고는 생각하지 않습니다. 다른 학부인턴의 경우는 교수님께서 논문을 읽어서 오라고 말씀하시던가, Lab Meeting에 참여하기, project에 관련된 혹은 연구실에 관련된 일을 주시는 것으로 알고 있어요. 그런데 CSE URP의 학부인턴은 자유로운 분위기에서 공부를 하고, 정해진 날짜와 시간에 교수님을 찾아 뵈어 면담하면서 생활하기 때문에 다르다고 느끼고 있어요.

CSE의 전체적인 분위기는 어떤가요?

우선 모두들 착하신 것 같아요 (웃음). 전체적인 분위기에 대해서 대답하자면, 정해진 내규만 지킨다면 눈치보지 않으며 자유롭게 자신의 일을 할 수 있는 분위기입니다. URP 구성원들 모두 두루두루 친하게 지내기 때문에 만족스러워요.

URP 생활을 하면서 불편한 점은 있었나요?

네. 딱히 불편한 점은 없는 것 같아요.

무엇을 공부하는가

연주씨는 지난 여름 방학 동안 어떤 공부를 하였나요?

저 같은 경우는, CFD로 진로를 생각하고 있기 때문에, 이에 대한 문제를 풀었어요. 간단하게 말씀 드려서 Navier-Stokes Equation을 projection method를 사용하여 풀어보는 코드를 작성해 보았습니다. 현재도 진행 중에 있구요.

전공이 대기과학과이기 때문에, 이에 관련된 모델을 바탕으로 문제를 푸나요?

음... 대기모델이긴 하지만 작은 스케일의 모델을 풀고 있기 때문에, 많이들 공부하시는 cavity 문제와 비슷하다고 보시면 될 것 같아요. 밑면에 heat source가 있는 상황에서, 온도에 따른 부력으로 유체가 확산되어 나가는 모델을 풀고 있어요.

CSE URP 활동을 방학에 하면 수강해야 하는 Summer School과 대학원 선배들이 가르쳐주는 특강에 관해서는 어떠한 내용들이 있었나요?

Summer School에서는 CFD, Numerical Analysis, Medical Imaging에 대한 전반적인 기초지식을 교수님들께서 설명해주셨습니다. 이 과목의 목적이 대학원 신입생 및 학부인턴들에게 CSE의 활동을 알아가는데



초점을 두고 있다고 알고 있었기에 열심히 들었습니다. 또한 Medical Imaging 소속의 이경훈 선배의 Latex, MATLAB 특강을 통해 사용법을 배워갔습니다. 그 다음에 Numerical Analysis 소속의 김형석 선배가 준비한 Eigenvalue에 관한 특강을 들으며 앞서 배운 Latex과 MATLAB을 사용하여 과제를 제출하며 사용법을 확실히 다져갔습니다.

대학원 선배들은 훈훈한가요?

이경훈 선배님은 숨겨진 매력의 소유자라고 생각해요. 왜 아직 여자친구가 없으신지 의문이 들 정도예요. 김형석 선배님은 춤을 굉장히 잘 추시는 것 같구요. 그런데 약간 박자가 안 맞는 것 같기도 하고...그래요(웃음)

저도 나중에 유심히 살펴봐야겠네요(웃음).

URP의 혜택

CSE URP 활동을 하며 누리는 혜택에는 어떤 것이 있나요?

우선 도서관 자리를 뽑지 않아도 제 자리가 학교에 정해져 있다는 점이 좋았습니다.

또한 인턴방에 있는 공용 프린터를 통해 원하는 수업자료와 논문을 뽑아 공부할 수 있습니다. 따로 노트북을 챙기지 않아도 사무실에 대여장부를 작성하여 노트북을 빌릴 수 있어 무겁게 휴대할 필요도 없고, 최고급 가습기와 공기청정기 그리고 여름, 겨울에는 냉, 난방이 자유로워 원하는 환경에서 공부할 수 있다는 게 큰 장점이라고 생각합니다.

혹시 인턴방에 추가 되었으면 하는 물품이 있나요?

공부하다가 밤을 새는 경우도 있고, 어떤 날은 너무 피곤해서 눈을 좀 붙이고 싶을 때가 있어요. 그럴 때 사용할 수 있는 간이식 침대 혹은 잘 수 있는 공간이 마련되면 정말 좋을 것 같습니다!

네 저 또한 그 의견에 격하게 찬성합니다(웃음).

자, 이제 질문이 마무리를 향해 달려가고 있는데요, 인턴장에게 바라는 점이 있나요? 너무 잘해주셔서 없어요(웃음).

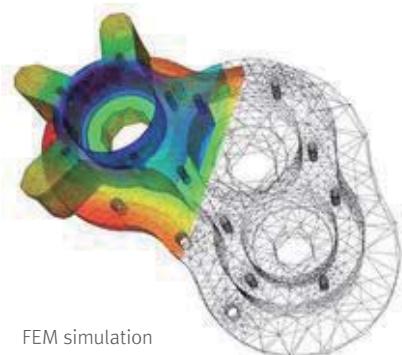
인턴장이 참 훌륭한 분 같은데요, 맘에 드시나요?
네...(박장대소) End



공용 프린터를 통해 원하는 수업자료와 논문 출력
무거운 노트북을 휴대하지 않아도 되는 장점
최고급 가습기와 공기청정기 그리고 여름, 겨울에는 냉, 난방이 자유로운 최적, 최상의 환경

추가로 있었으면 하는 물품?
= 간이식 침대





FEM simulation

CSE in Almost Everywhere

Editor > 김지윤, 이민지 계산과학공학과URP / 이화여자대학교 수학과 3학년
최연주 계산과학공학과URP / 연세대학교 대기과학과 3학년

응용수학은 순수수학을 바탕으로 다른 복잡한 문제들을 해결하는 학문으로, 최소한의 정보로 미래의 현상을 예측하는 학문이라고 말할 수 있다. 문제를 해결하는 방법은 크게 3갈래로 구분한다. 첫 번째는 analytic method, 두 번째는 numerical analysis, 3번째는 graphical method이다. analytic method는 closed form solution을 구하는 것으로, 실제 현상에 적용하기에는 제한적인 반면에, 정확한 해(exact solution)를 제공한다. 반면에, numerical analysis, graphical method는 반복 계산(iteration)을 사용함으로써 analytic method에서 해결에 용이하지 않은 부분도 접근 가능하다. 즉, 수치해석학은 해석학 문제에서 closed form solution을 구하기 어려운 부분을 exact solution 대신 iterative method로 수치적인 근사값을 구하는 알고리즘을 연구한다. 컴퓨터가 발전하기 전 수치해석은 손으로 하는 반복계산과 보간법(interpolation)에 대한 알고리즘이 주를 이루었다. 그런데 현실적으로 당면한 문제들은 손으로는 접근 불가능한 대량의 정보들과 정밀성을 다루기 때문에, 수치해석은 알고리즘을 짜기 위한 컴퓨터 프로그래밍이 필연적으로 발전하게 되었다. 그렇지만 과거에 다루었던 보간법은 여전히, 컴퓨터 알고리즘이 등장한 이후에도 여전히 사용되고 있다.

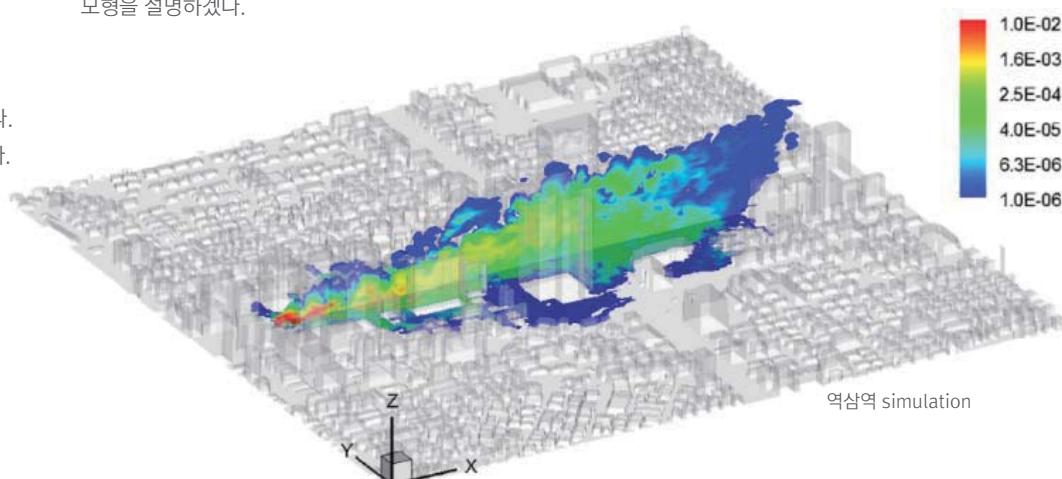
수치해석은 컴퓨터로 수학적 문제를 해결하는 학문인데, 문제를 해결하는 과정은 크게 네 단계로 나눌 수 있다. 먼저, 주어진 문제를 수학적인 식으로 변형한다. 이 때 식은 미분방정식이나 대수방정식으로 나타낼 수 있다. 그 다음 단계로 이 식의 해의 존재성을 판단한다. 이 단계에서 대수학과 해석학, 미분방정식 등 다양한 수학적인 지식이 요구된다. 그 다음, 비로소 수치해석이라 할 수 있는 알고리즘 개발 단계가 있다. 컴퓨터를 이용해서 수학적인 식을 알고리즘으로 변형하고, 이 때 나온 근사 값이

실제 값과 얼마나 오차가 나는지를 판단한다. 마지막으로 다양한 알고리즘 중 가장 효율적인 알고리즘을 선택해 문제를 해결한다. 효율성이라는 것은 크게 두 가지 척도가 있다. 얼마나 빠른 시간 안에 알고리즘을 수행하는지, 얼마나 정확한지를 비교해서 최적의 알고리즘을 선택한다. 또한 stability도 효율성을 판단하는데 중요한 척도로 작용한다. 이렇게 네 단계를 반복 수정하는 과정을 통해서 문제를 해결하게 된다. 이러한 수치해석은 다음과 같은 3가지 분야에서 활용된다.

1. 전산 유체 역학 (CFD)

CFD(Computational fluid dynamics)는 공학문제에서 유체와 기체의 상호작용을 컴퓨터를 이용해서 수치적으로 해결한다. 유체 유동 방정식인 내비어-스톡스 방정식(Navier-Stokes Equations)을 유한차분법(FDM)과 유한요소법(FEM)의 방법으로 풀고, 이를 시뮬레이션 한다. 이 때 오차가 작아질수록 모델은 실제와 가까워지고 복잡한 현상의 시뮬레이션도 정확해진다. 실험 횟수가 비용과 직결되는 현실성을 고려할 때 가상 시뮬레이션을 통한 실험의 반복은 정밀성 뿐만 아니라 경제적인 면에서도 주목 받고 있다. CFD의 대표적인 분야 중 하나로 오염물질 확산 모형을 설명하겠다.

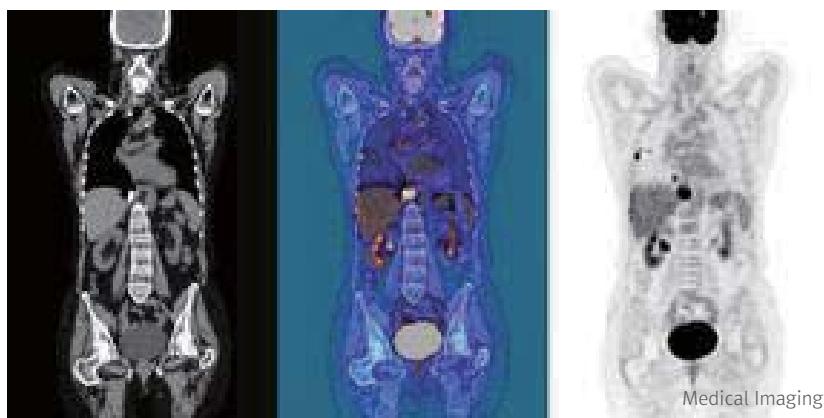
내비어-스톡스 방정식은 유체의 흐름을 연구해 입자가 확산되는 방향을 찾아주는 방정식이다. CFD에서는 이 방정식을 이용하여 유체의 다양한 움직임을 분석한다. 하지만 내비어-스톡스 방정식은 아직 3차원의 해가 항상 존재하는지 증명하지 못했고, 해를 구하는데 슈퍼컴퓨터를 이용해도 굉장히 많은 시간이 걸린다. 그래서 CFD에서는 방정식을 그대로 풀지 않고 수치해석을 통해 단순화하여 푼다. 이와 같은 방법으로 우리 과의 CFD팀은 최근 역삼역에서 떨어뜨린 오염물질이 테헤란로 주변으로 확산되는 모형을 만들기도 했다. 입자를 일일이 공기 중에 띄워서 개별 입자가 어떻게 퍼져나가는지 보고 방정식을 만들어서 조건 값을 대입하고 한국과학기술정보연구원(KISTI) 슈퍼컴퓨터와 연구실 옆에 구축한 컴퓨터 클러스터에서 계산을 한다. 이렇게 하면 위 그림과 같이 오염물질이 뭉쳐 있는 정도에 따라 붉은색부터 하늘색으로 표시가 된다. 이처럼 CFD를 통해 높은 정밀도로 몇 분 만에 입자 이동방향을 알 수 있고, 미리 시뮬레이션을 하여 도심 화학 테러 등에 대처할 수도 있다. 미국이나 영국 등 해외에서도 이와 같이 확산을 예측하는 기술 연구가 활발하게 이뤄지고 있다.



2. 의료 영상 분야

실생활에서도 쉽게 접할 수 있고 현재 주목받는 분야인 image processing은 수치해석을 이용해서 사진과 동영상을 처리한다. 영상 처리는 medical image processing이라는 이름으로 MRI나 CT 등의 의료용 시스템에서 중요한 역할을 담당하고 있다. 가장 중요하게 쓰이는 이론은 푸리에 변환(Fourier Transform)으로 그림이나 영상의 노이즈 제거, 영상의 주파수 분석 등에 쓰인다. 복잡한 모양의 파동도 푸리에 변환을 사용하면 진동수나 진폭이 다른 단순한 파동들의 합으로 나타낼 수 있다. 계산이 복잡하다는 단점이 있지만 컴퓨터 알고리즘을 통해 매우 빠르게 처리할 수 있다. 이외에도 좀 더 능률을 발전시켜서 고용량의 영상데이터를 압축하는 알고리즘의 개발에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 Wavelet, Discrete Cosine Transform, Motion분석, Object기반 영상압축 등의 기술이 발표되고 있고, 이러한 연구 분야는 영상처리의 중요한 응용분야로 조명 받고 있다.

위와 같이 수치해석은 문제를 직면했을 때 효율성, 정밀성, 경제성, 유연성을 고려하며 합리적으로 문제를 해결하는 학문으로도 생각할 수 있지만, 한편으로는 정확성에 대한 인간의 도전으로 볼 수 있다. 어떤 문제의 해답이 정확하다는 것은 존재할 수 없는 문제도 있는데, 정밀성을 최대한으로 이끌어낸다는 점에서 인간이 직면한 한계를 극복하려는 연구의 결실로 볼 수 있다. 앞으로도 보다 정밀하고, 정확한 결과를 요구하는 현재의 추세에 따라 이에 대한 연구도 계속되어 수치해석은 보다 각광받을 것으로 예상된다.



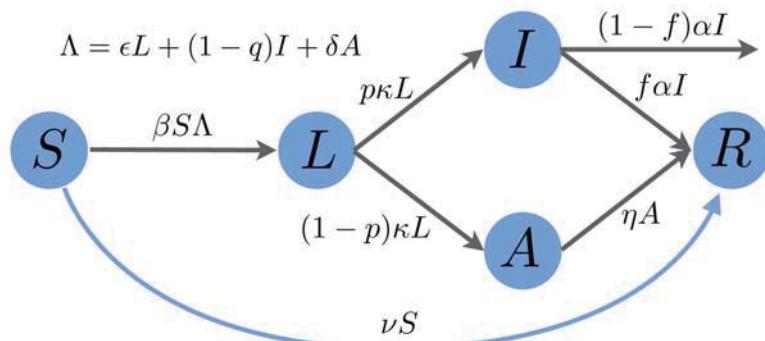
Medical Imaging

3. 질병 감염 모델

수치해석을 이용하여 질병이 발생했을 때, 수치모델을 이용하여 역학을 조사하고, 전염병을 통제하는 연구를 하기도 한다. 이러한 연구는 다음에 비슷한 질병이 발생했을 때 어떻게 대처해야 하는지를 예측할 수 있게 한다. 질병이 발생하면 그 질병에 대해서 ODE나 PDE로 표현하고, 질병과 상황에 따라서 parameter들을 달리하여 수치해석 방법으로 풀어서 역학을 예측한다.

예를 들어 우리 과의 수치해석 팀에서는 2009년 4월에 발생한 신종 인플루엔자 A(H1N1)에 대해서 연구를 하기도 했다. 인구를 감염상태에 따라 여러 가지로 분류하고 여러 가지 다양한 요인과 질병확산을 제어하는 전략(학교폐쇄, 여행제한, 검역체계, 항바이러스약물, 예방접종 등)을 고려하였다. 다양한 요인들을 방정식에서 parameter들로 정하고, 이 방정식을 수치해석적인 방법으로 풀어 감염된 인구의 숫자와 백신 비용을 최소화하는 방향을 연구하였다. 또 하루에 사용할 수 있는 백신의 양이 제한되어 있는 경우나, 국가에서 비축해두고 있는 백신의 총 량이 제한되어 있는 경우에 효율적으로 백신을 사용하는 방법에 대해서도 연구하기도 했다. End

SLIAR Model



S : Susceptible

$S' = -\beta S \Lambda - \nu(t)S$

L : Latent

$L' = \beta S \Lambda - \kappa L$

I : Infective

$I' = p \kappa L - \alpha I - \tau I$

A : Asymptomatic

$A' = (1-p)\kappa L - \eta A$

R : Recovered

$R' = f \alpha I + \tau I + \eta A + \nu(t)S$

Parameter	description
α	recovery rate of symptomatic
η	recovery rate of asymptomatic
κ	1/duration of latent period
p	proportion to be symptomatic
f	1-case fatality rate
ϵ	reduction of infectivity of latent
q	quarantine, isolation
δ	reduction of infectivity of asymptomatic
β	transmission rate
C	contract matrix
ν	vaccination
	SLIAR model

Letter from UCLA – Applied Mathematics Lab

Editor) 유병수 계산과학공학과URP / 연세대학교 경영학과4학년 / UCLA 방문학생



1. Introduction

University of California, Los Angeles is one of the greatest department in applied mathematics. Not the rank tell all the details of its quality, however, U.S. News rank UCLA the second of applied mathematics. Now I introduce the applied mathematics Laboratory at UCLA. The Applied Mathematics Laboratory, at UCLA, began in May 2005. It currently houses a fluids/granular flow laboratory along with a small micro-vehicle wireless robotics testbed. Andrea Bertozzi (Professor at UCLA Mathematics) and Stanley Osher (Professor at UCLA mathematics) are oversight faculty. Also, three postdocs, two graduates and eight undergraduate students research at Applied Mathematics Laboratory.

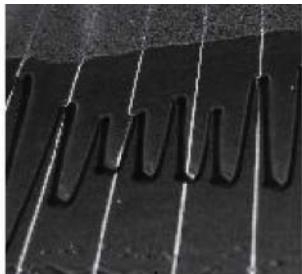
2. Slurry Flow

They are conducting a slurry flow experiment to produce behavior like in these photos (figure1) obtained in Peko Hosoi's lab at MIT. To the right is a picture of lab alumnus Chi Wey with the apparatus. Glass beads of a uniform size are mixed into a less dense viscous fluid. The resulting slurry is poured into a reservoir at the top of an inclined plane. A controlled amount of the slurry is allowed to flow through a gate down the incline. At low inclination angles and concentrations, the particles tend to settle out of the mixture and stick to the surface of the incline, leaving a clear fluid to flow down the slope (left panel). At intermediate angles and concentrations, a well-mixed slurry flows down the slope (middle panel) producing the characteristic fingering pattern seen in visous films. At high inclination angles and particle concentrations (right panel) the beads tend to collect at the front of the film; their presence drastically changes the dynamics of the contact line, supressing fingering and producing a pronounced ridge.

3. Robotics Testbed.

(1) Inspiration

during summer 2004, Stanley Osher and Robert Bertozzi went to CalTech where they used Richard Murray's Multi-vehicle wireless testbed , which includes the fully autonomous Kelly vehicle shown to the right. That vehicle has an onboard laptop computer, two ducted fans for self-propulsion, and it wears a hat with a bar code on top that is read by an overhead vision tracking system. Information from the vision system is fed back to the vehicle through wireless networking. Many Kellys can communicate on the floor of the testbed through this network. The MVWT platform inspired us to build our own platform at UCLA. Below they describe our first generation testbed.

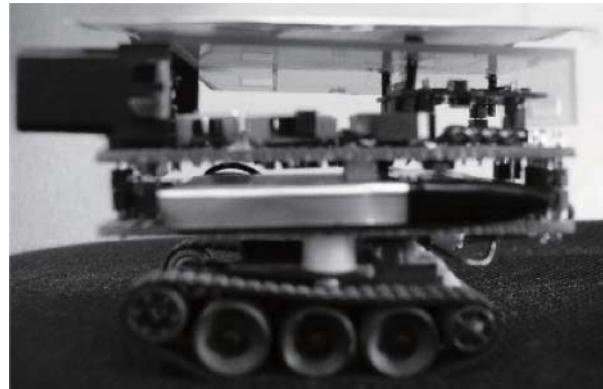


(2) First generation testbed

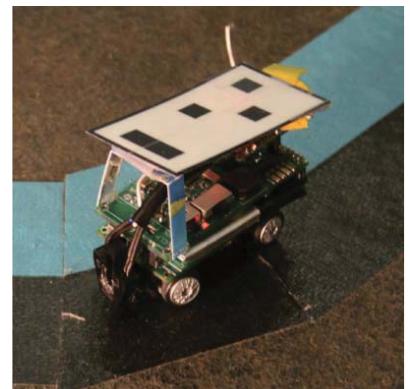
Kevin Leung, Chung Hsieh, and Rick Huang built the vehicles platform. Our testbed arena is a 5X8 area; requiring much smaller vehicles than the CalTech Kellys. They have developed a system using radio controlled cars. The algorithms are programmed off-board and controls are sent to the individual cars using different radio frequencies. They have an overhead vision tracking system modelled on the one at CalTech. Here is a schematic of the vehicles platform. On left is a close up photo of the first generation of vehicles. The students uses a stick to flash target images to the overhead cameras. One of the vehicles must then visit that target site. Otherwise the vehicles maintain a holding pattern.

**(3) Second generation testbed**

A second generation of the testbed was build in summer 2006. The original vehicle is improved with on-board range sensing, on-board computing, and wireless communication, while maintaining economic feasibility and scale. A second, tank-based platform, uses a flexible caterpillar-belt drive and the same modular sensing and communication components. They demonstrate practical use of the testbed for algorithm validation by implementing a recently proposed cooperative steering law involving obstable avoidance. The tank-based vehicle proves to be quite useful in the implementation of an environmental mapping algorithm based on ENO interpolation.

**(4) Advance in second generation**

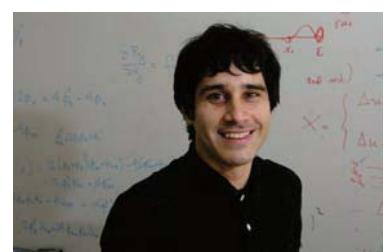
In 2007 they mounted phototransistors on the car-based platform (shown left) for use in designing and testing boundary tracking algorithms with noisy data. Their testbed results show that a recently developed algorithm (see Z. Jin and A. L. Bertozzi, Environmental Boundary Tracking and Estimation using Multiple Autonomous Vehicles, Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, 2007, pp. 4918–4923.) is effective in boundary tracking in noisy environments. Experimental work on boundary tracking was published in the 2009 American Control Conference.

**4. Conclusion**

Before I went to this school as a visiting students, Professor Yoon-mo Jung notified me about two professors in UCLA, Professor **Bertozzi** and Professor **Teran**. Also UCLA has IPAM, Insitute for Pure and Applied Mathematics, which Professor Osher participate. Although I wished to introduce all of them, but for lack of space and due to consistency of the introduce I only introduce on Applied Mathematics Laboratory. Next time I hope to introduce IPAM and Professor Teran, whose research interest are computational biomechanics/virtual surgery,

computational solid and fluid mechanics, meshing, collision detection/contact modeling, multigrid methods, parallel computing and solid/fluid coupling. And also I hope to this introduction contribute making a good relationship between two departments. 

Andrea L. Bertozzi
Joseph M. Teran
(Professor, University of California Los Angeles)





편미분 방정식의 근사해를 찾기 위한 수치기법

Editor〉 이은정 계산과학공학과 교수

수치해석의 세부 연구 분야에 대해서 설명하기 전에 먼저 계산과학공학/응용수학/산업수학의 중요성에 대한 인식의 세계적인 흐름에 대해 2011년 대한수학회지에 실렸던 기사의 한 부분을 아래 소개 하고자 한다.

2008년 런던에서 열렸던 산업응용수학 유럽학회에서 협력응용수학 옥스포드 센터의 디렉터인 John Ockendon FRS 교수는 “**산업수학 : 그 절정기에서**”라는 구절을 개회인사에서 언급하였다.

최근 세계적으로 산업수학은 다양한 학위과정, 연구그룹, 자문체계, 그밖에도 현존하는 기타 여러 분야에서 괄목할 만한 성장을 하고 있다. 이러한 움직임은 세계 각 지역에서 일어나고 있다. 그 활동의 크기 면에서 단연 주도적인 역할을 하는 유럽과 북아메리카 지역뿐만 아니라 아시아 여러 지역에서도 이미 산업수학은 그 전성기를 맞고 있다.

“왜 지금 이런 현상들이 벌어지지?”

아마 여러분은 “왜 지금 이런 현상들이 벌어지지?”라는 의문을 가질 것이다. 최근 일어나고 있는 이런 산업수학의 번성은 현재 공학기술의 발전과 그 응용에서의 필요성으로 인한 당연한 결과라 할 수 있다. 특히 세계적인 과학 기술 싸움에서 앞서가기 위해서 이미 많은 나라들이 국가적인 차원에서 과학 기술의 개발을 독려하고 있고 이는 곧 산업수학 분야에서의 다양한 기회의 제공을 의미한다.

2007년 초 독일에서의 첫 미팅을 시작으로 2009년까지 경제협력개발기구(OECD)의 국제과학포럼에서는 산업수학의 전반적인 재조사를 실시하였고 2008년 그 첫 번째 공식 보고서가 발표되었다. OECD 보고서에서는 특히 산업혁명이 점차적으로 수학에 기반을 둔 과학적인 연구에 기초하고 있다는 점을 지적하였다. 2007년 학회의 첫 발표에서도 이는 강조되었다. 보고서에 따르면:

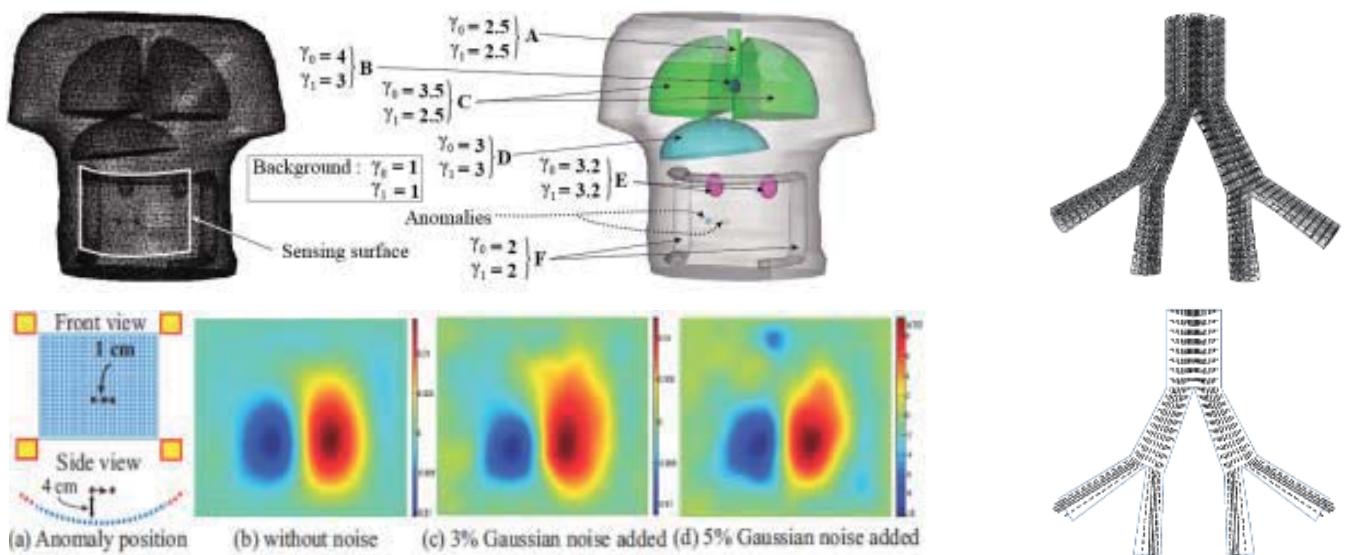
기술혁신, 과학, 그리고 수학간의 긴밀성의 증가로 보건데, 이 세 가지 요소간의 연결과 조화가 적절히 이루어지고 있는지에 대해 살펴보아야한다

라고 언급되었고 이에 덧붙여 저자는 이들이 어떻게 개선될 수 있는지 말하고자 한다. 국제과학포럼에서 발표한 2008년 보고서는 다음과 같이 마무리 한다: 많은 산업문제들이 중대한 수학적 요소들과 현재 수학적 과학영역에서 제시되는 문제들을 품고 있을 뿐만 아니라 종종 “수학에서의 고전적 주제들” 까지 연결되어 지곤 한다. “산업”이라는 단어는 전형적인 공학과 물리학뿐만 아니라, 생물, 의학, 농학, 사회, 금융 분야 등으로 확대 해석 되어야 한다. 증가하는 수학과 산업의 강한 연결고리는 각각의 분야 뿐만 아니라 국가 경제에도 이로운 영향을 미칠 것이다. 또한 이러한 연결고리는 새로운 수학분야에 영감을 주고 집단의 경쟁에서 그 강점을 강화 한다.

계산과학공학/응용수학/산업수학의 중요성은 더 이상 언급이 필요 없을 정도로 이미 많은 사람들이 공감하고 있는 부분이다. 수치해석이라는 학문은 위에서 언급한 수학과 산업을 연결시키는 중요한 고리의 역할을 수행하고 있다. 숫자와 부호로 이루어진 종이위에 쓰여진 식을 컴퓨터가 계산 가능하게 만들고 그 근사해의 견증을 위해 오류 분석과 가시화의 과정까지 모두 수치해석의 각종 방법들로 이루어진다.

편미분 방정식을 푸는데 쓰이는 수치기법은 오랜 기간 동안 수없이 개발되고 발전되었다. 그 중 최소자승법(least-squares method)에 대해서 간단히 소개를 해 보고자 한다. Least-squares 방법은 1794년경 Carl Friedrich Gauss 가 케레스 소행성의 움직임을 예측하기 위해 사용하기 시작하면서 처음으로 명명되었다. 이후 least-squares 방법은 많은 분야에서 다양한 형태로 이용되고 있다. 일반적으로 least-squares라 함은 어떠한 방정식을 푸는 과정에서 발생하는 일종의 오차의 제곱의 합을 최소화 시키는 해를 의미한다.

1980년대에 들어서면서 이러한 least-squares 방법을 편미분 방정식을 푸는데 이용하기 시작하였고 이는 현재까지 편미분 방정식의 근사 해를 찾는 한 방법으로써 활발히 이용되고 있다. 수치적으로 편미분 방정식의 근사 해를 찾는 방법에는 유한차분법(finite difference method), 유한체적법(finite



volume method), 유한요소법(finite element method), spectral method 등의 다양한 방법들이 있다. 유한차분법을 간단히 요약하면 미분 방정식을 차이(difference)를 이용하여 discretization 시키는 방법이다. 이는 implementation이 쉬워 아주 널리 쓰이는 방법이기는 하지만 복잡한 계산공간에서의 이용이 용이하지 않다는 단점이 있다.

유한체적법은 근사 해를 volume-wise로 계산을 해 낸다. 특히 hyperbolic 편미분 방정식이나, mass conservation 성질을 보존하는 유체방정식을 풀 때 유용하게 쓰이지만 high order 접근이 용이하지 않다는 단점이 있다. Spectral method의 경우에는 정확도가 높은 high order polynomial들을 이용할 수 있는 장점이 있지만 사각형태가 아닌 계산공간에서의 이용이 어렵다. 유한요소법은 복잡한 계산공간에서 사용이 쉽고, high order 기저함수의 이용도 가능하기 때문에 수치 편미분 방정식의 영역에서는 많이 이용되어지고 있다. 전통적인 유한요소법은 주어진 편미분 방정식에 임의의 test 함수를 곱한 뒤 이를 계산공간에서 적분하여 weak variational formulation으로 불리는 형태로 바꾸어 그 근사 해를 찾는다. 이는 Galerkin finite element method라 불린다. 이 Galerkin 유한요소법은 그 형태가 간단하여 분석이 쉽고 이를 이산화 시켜 컴퓨터로 계산하는 것도 상당히 용이하여 편미분 방정식의 근사 해를 찾는데 가장 널리 쓰이는 방법 중 하나이다. 다만 이 Galerkin

유한요소법은 continuous 공간상에서 정의 된 성질들이 이산공간의 discrete solution으로 자연스럽게 유도되지 않고, 즉, 같은 형태의 variational formulation 이더라도 continuous 공간상에서 찾아진 weak solution (원래 편미분 방정식의 해는 strong solution, weak variational formulation의 해는 weak solution이라 불린다)과 이를 계산 가능한 공간으로 옮긴 이산체계(discrete system)의 해가 다른 성질을 가질 수 있다. 또한 유체의 흐름을 묘사하는 Navier-Stokes 방정식 등의 각기 다른 성질을 가지는 변수를 가지는 편미분 방정식의 근사 해를 찾을 경우에는 유한요소의 (inf-suf condition 이라 불리는 성질을 만족하는) 적당한 짙을 찾는데 제약이 있다. 예를 들어 Navier-Stokes방정식의 경우에는 velocity에 대응하는 변수를 standard piecewise linear finite element를 쓰면, pressure에 대응하는 변수는 반드시 piecewise constant finite element 로 그 근사 해를 찾아야 한다. 이에 반해서 least-squares finite element method는 continuous 공간에서의 weak solution 과 이산체계에서 찾은 해가 자연스럽게 같은 성질을 가지며 finite element 의 선택에 제약이 없다는 점이 강점이다. 또한 weak variational formulation에 의해서 유도된 이산체계의 행렬이 항상 symmetric positive definite 그리고 sparse (행렬의 대부분 항들이 0으로 이루어진) 이기 때문에 반복법을 이용해서 선형방정식을 푸는 대용량 계산에서 큰 이점을 가진다.

하지만 least-squares finite element method의 가장 큰 단점 중 하나는 Navier-Stokes 방정식을 풀 때 local mass conservation이 완벽하게 보장되지 않는다는 것이다. Least-squares finite element method가 갖는 모든 장점과 계산수행의 용이함 등에도 불구하고 유체를 묘사할 때 mass loss가 일어난다면 유체의 본연의 성질이 사라져 버린 오류를 가진 쓸모없는 근사 해를 얻게 되는 것이다. 이를 극복하기 위하여 다년간 수많은 학자들이 그 극복방법을 연구하였고 많은 방법들이 개발되었다.

컴퓨터의 개발과 발전은 현대 과학 기술 분야뿐 만 아니라 인간의 삶에 근본적인 변화를 가져왔고 이미 인류는 컴퓨터와 불가분의 관계가 되었다. 문제를 푼다 라는 의미도 컴퓨터를 사용하게 되면 근사해를 찾는다 라는 의미가 된다. 현재 국가 경쟁력은 바로 과학 기술력과 직결된다고 해도 과언이 아니다. 어떻게 하면 문제 해결을 더 잘 할 수 있을까, 이에 대한 답을 하기 위해서 지금도 많은 수치 기법들이 개발되고 있다. End

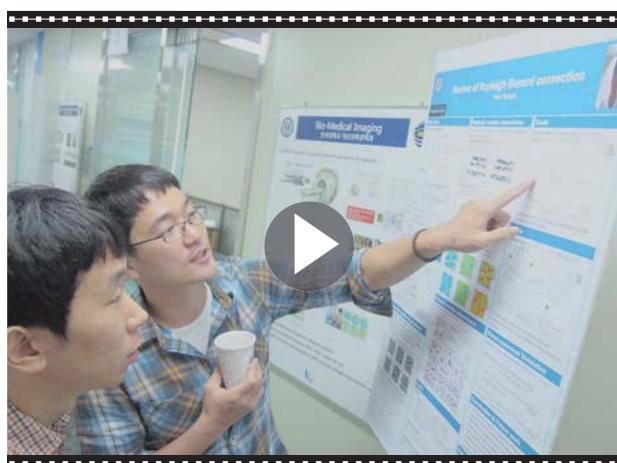
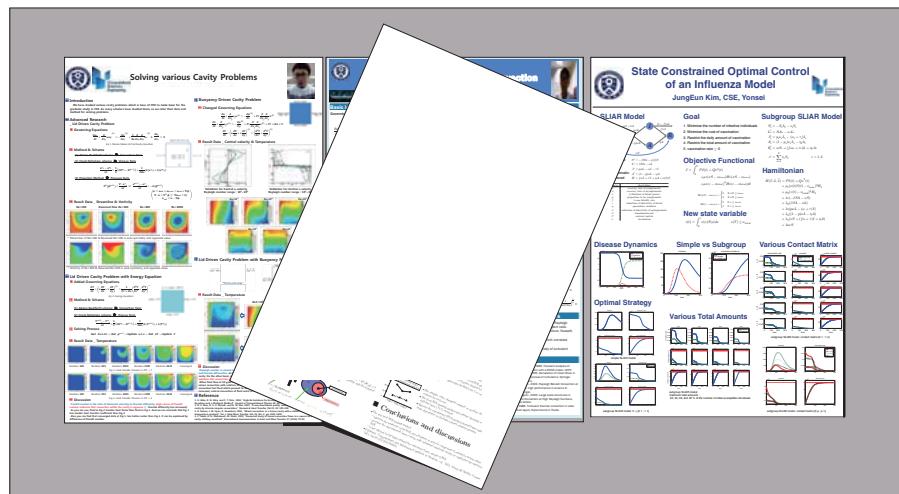
세

간엔 이런 말이 있다. CSE의 포스터 발표회에 한 번도 안 온 사람은 있어도 한 번만 온 사람은 없다. 과연 어떤 점이 CSE 포스터 발표회를 특별하게 만드는 것일까? 풍성하고 고급스러운 다과. 당첨 확률이 무척 높은 경품 행사. 북적거리는 인파 속에 감도는 화기애애함. 이렇게 포스터 발표회를 표현할 수 있는 말은 굉장히 많다. 그리고 무엇보다 CSE 학생들의 수준 높은 포스터를 볼 수 있는 기회라는 것이 학부생들에겐 가장 큰 유인 요소가 되지 않을까! 포스터 발표회를 와 본 후 흥미와 관심이 생겨서 CSE의 대학원생이 되거나 인턴연구원이 되었다는 동화와 같은 사례가 적지 않음을 보면 과장된 말은 아니라는 것을 알 수 있다.

2013년 9월 13일, CSE 학생들의 연구 성과를 공개하는 포스터 발표회가 첨단관 6층에서 열렸다. 2011년 3월부터 매 학기마다 개최하여 이번이 벌써 여섯 번째 포스터 발표회로, 대학원생들뿐 아니라 학부 인턴 연구원들도 참여하여 포스터 발표회를 풍성하게 해주었다. 인턴 연구원들은 지난 방학 동안 CSE

구성원들과의 팀세미나에 참석하며 배운 내용을 바탕으로 자신의 관심 분야에 적용하여 얻어낸 자신의 성과를 발표하였다. CSE는 세부적으로 Numerical Analysis, Computational Fluid Dynamics, Medical Imaging, 이렇게 세 분과로 나눠져 있다. 각 분야에 대한 포스터들이 6층 복도에

가지런히 걸려있었고 출산의 고통을 겪으며 나온 자신의 포스터를 딸래미 보듯이 뿌듯한 표정을 지으며 발표를 위해 기다리고 있는 CSE 학생들을 볼 수 있었다. 이번 포스터 발표회의 평가단으로서 Numerical Analysis team의 이은정 교수님, Medical Imaging team의 정윤모 교수님, CFD team의 최정일 교수님,



이렇게 세 분께서 학생들의 모든 발표를 들으며 평가해주셨다. 또한 발표한 내용이 얼마나 정확한지, 내용을 얼마나 효과적으로 전달하였는지, 포스터의 구성이 적절한지, 등의 사항들을 점검해 주셨다. 모든 발표가 우열을 가리기 힘들었지만, 평가위원 교수님들의 평가와 포스터 발표회에 참여한 모든

사람들의 투표를 통해서 우수작들을 선정하였다. Medical Imaging team의 권혁남 학생의 포스터가 최우수작으로 선정되었고, Numerical Analysis team의 김정은 학생과 CFD team의 박상로 학생의 포스터가 우수작으로 선정되었다. 또한 인턴 연구원들을 이끄는 인턴장인

기계공학과 원성진 학생의 포스터가 인턴 우수작으로 선정되었다. 이번 뉴스레터에서는 최우수작인 권혁남 학생의 포스터 설명을 들어보겠다.



혹시 아직도 포스터 전시회를 와보지 못했다면,
이번 경품이 무엇이었는지 알아두어라.

3등으로는 16GB USB 메모리 2명,
2등으로는 Mechanic LED keyboard 2명,
1등 경품은 Boss AE2 Headset이었다.

충분히 높은 확률로 다음 2014년 3월의 경품
당첨자는 당신이 될 수 있다! End

최우수상 권혁남,
우수상 김정은, 박상로 공동수상,
URP 우수상 원성진 학생이
수상했다.



CSE POSTER EXHIBITION & CSE OPEN LAB

CSE OPEN LAB
POSTER EXHIBITIONS

경품 2등
nKEYBOARD
MECHANIC LED
Keyboard

경품 1등
BOSE AE2
Headset

A collage of images from the CSE Poster Exhibition and Open Lab event, including people receiving certificates, food displays, and exhibition booths.



Localized Electrical Energy Concentration Method for Electrical Impedance Tomography with Internal Electrode

Editor > 권혁남 계산과학공학과 박사과정

Electrical Impedance Tomography (이하 EIT)란 인체의 표면에 부착된 전극들을 통해 전류를 주입하고 이때에 측정된 전압을 이용하여 인체 내부의 전도율(conductivity)을 영상화하는 기술을 말한다. EIT는 다른 의료 영상 기술에 비해 값이 싸고, 이동이 간편하고, 실시간 영상화가 가능하다는 장점이 있는 반면, 높은 해상도의 영상을 제공하지 못한다는 단점이 있다. EIT의 적용 가능한 분야 중 하나로 간암의 고주파 치료 (radiofrequency ablation) 시 전도율 영상의 실시간 제공이 있다. 간암의 고주파 치료는 암을 가열하여 치료하는 시술로서, 시술 부위에서의 온도 변화에 따른 전도율 값은 시술의 정도를 알 수 있는 정보를 제공해준다. 온도 분포의 실시간 영상화가 불가능한 경우 시술 후 영상 촬영 및 확인 후 재시술이 필요한 경우가 있기에 실시간 영상화가 요구된다. EIT는 온도 변화에 따른 전도율 분포 영상을 실시간으로 제공해 줄 수 있는 장점이 있는 반면, 영상의 해상도가 다른 영상 기술에 비해 낮기 때문에, 시술 부위 근방에 민감하게 작용하는 영상 복원 알고리즘이 요구된다.

시간에 따른 전도율의 변화를 $\delta\gamma$ 라고 하고 인체 표면의 전극에서 측정된 전압차를 δV 라고 하면, EIT에서 널리 사용되는 선형방정식은 아래와 같다.

$$S\delta\gamma = \delta V \Leftrightarrow \begin{bmatrix} | & | \\ s_1 & \cdots & s_N \\ | & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\gamma_1 \\ \vdots \\ \delta\gamma_N \end{bmatrix} = \delta V$$

$$S_D = \begin{bmatrix} | & | \\ s_1 & \cdots & s_R \\ | & | \end{bmatrix} \quad \& \quad \delta\gamma_D = \begin{bmatrix} \delta\gamma_1 \\ \vdots \\ \delta\gamma_R \end{bmatrix} \quad \& \quad S_{\Omega \setminus D} = \begin{bmatrix} | & | \\ s_{R+1} & \cdots & s_N \\ | & | \end{bmatrix} \quad \& \quad \delta\gamma_{\Omega \setminus D} = \begin{bmatrix} \delta\gamma_{R+1} \\ \vdots \\ \delta\gamma_N \end{bmatrix}$$

이때 행렬의 번째 열벡터 (column vector)는

$$s_n = \left(\int_{q_n} \nabla u_*^1 \cdot \nabla u_*^1 dr \cdots \int_{q_n} \nabla u_*^j \cdot \nabla u_*^j dr \cdots \int_{q_n} \nabla u_*^E \cdot \nabla u_*^E dr \right)^T$$

이고, q_n 은 n 번째 discretization component, u_* 는 전압, E 는 전극의 개수이다. 여기에서 $\delta\gamma$ 를 구하는 것이 일반적인 EIT 영상 복원 알고리듬의 목적이다. $\delta\gamma$ 의 영상화를 위해 $S\delta\gamma = \delta V$ 을 푸는 것은 ill-posed 역문제 (inverse problem)에 속하기에 (내부에서 전도율의 큰 변화에 대응되는 표면에서 측정하는 전압의 변동은 작은) $\delta\gamma$ 값을 찾기 위한 여러 가지 방법들이 연구되어지고 있다. 특별히 정밀한 영상복원이 요구되는 영역 (시술 부위 근방)을

D 라고 하자. 본 연구는 D 에 속한 $\delta\gamma$ 의 성분 $\delta\gamma_D = (\delta\gamma_1, \dots, \delta\gamma_R)$ 을 보다 정확히 구하는 것이 목적이다. $\delta\gamma_D$ 를 구하기 위해 $S\delta\gamma = \delta V$ 을 풀기보다는 $\delta\gamma_{\Omega \setminus D}$ 에서의 값이 정교하지 않더라도 $\delta\gamma_D$ 를 정확히 구해주는 영역 D 에 민감한 선형방정식을 사용하는 것이 요구된다.

선형방정식 $S\delta\gamma = \delta V$ 은 두 선형방정식의 합

$$S_D\delta\gamma_D + S_{\Omega \setminus D}\delta\gamma_{\Omega \setminus D} = \delta V$$

으로 나타낼 수 있다.

첫 번째 선형방정식을 얻을 수 있다면 우리의 관심의 대상이 되는 변수 $\delta\gamma_D$ 을

구할 수 있다. 하지만 측정되는 전압 δV 은 D 영역이 영향을 끼치는 데이터 δV_D 와 $\Omega \setminus D$ 영역으로부터 영향을 받는 $\delta V_{\Omega \setminus D}$ 데이터의 합이고, 각각의 데이터 δV_D 와 $\delta V_{\Omega \setminus D}$ 를 따로 측정할 수는 없다. 방정식

$$S_D\delta\gamma_D + S_{\Omega \setminus D}\delta\gamma_{\Omega \setminus D} = \delta V_D + \delta V_{\Omega \setminus D} = \delta V$$

으로부터 선형방정식 $S_D\delta\gamma_D = \delta V_D$ 을 얻기 위하여 아래의 최소화 문제를 생각할 수 있다.

$$\phi_k = \arg \min_{\phi} \left(\sum_{q_j \notin D} |\mathbf{s}_j \cdot \phi|^2 + \alpha \|\phi - \mathbf{s}_k\|^2 \right), \quad q_k \in D$$

최적화된 ϕ_k 는 \mathbf{s}_k (S_D 의 열벡터)와 평행인 동시에 $S_{\Omega \setminus D}$ 의 모든 열벡터 (\mathbf{s}_j) 와 수직이다. ϕ_k 를 열벡터로 갖는 행렬 $\Phi = (\phi_1 \dots \phi_R)$ 을 $S\delta\gamma = \delta V$ 에 곱해주면

$$\Phi T S \delta\gamma = \Phi^T S_D \delta\gamma_D + \Phi^T S_{\Omega \setminus D} \delta\gamma_{\Omega \setminus D} \approx \Phi^T S_D \delta\gamma_D = \Phi^T \delta V_D$$

을 얻는다. 새로 얻은 선형방정식 $\Phi^T S \delta\gamma = \Phi^T \delta V$ 을 사용하여 영역 D 에 더 민감한 복원 결과를 얻을 수 있다.

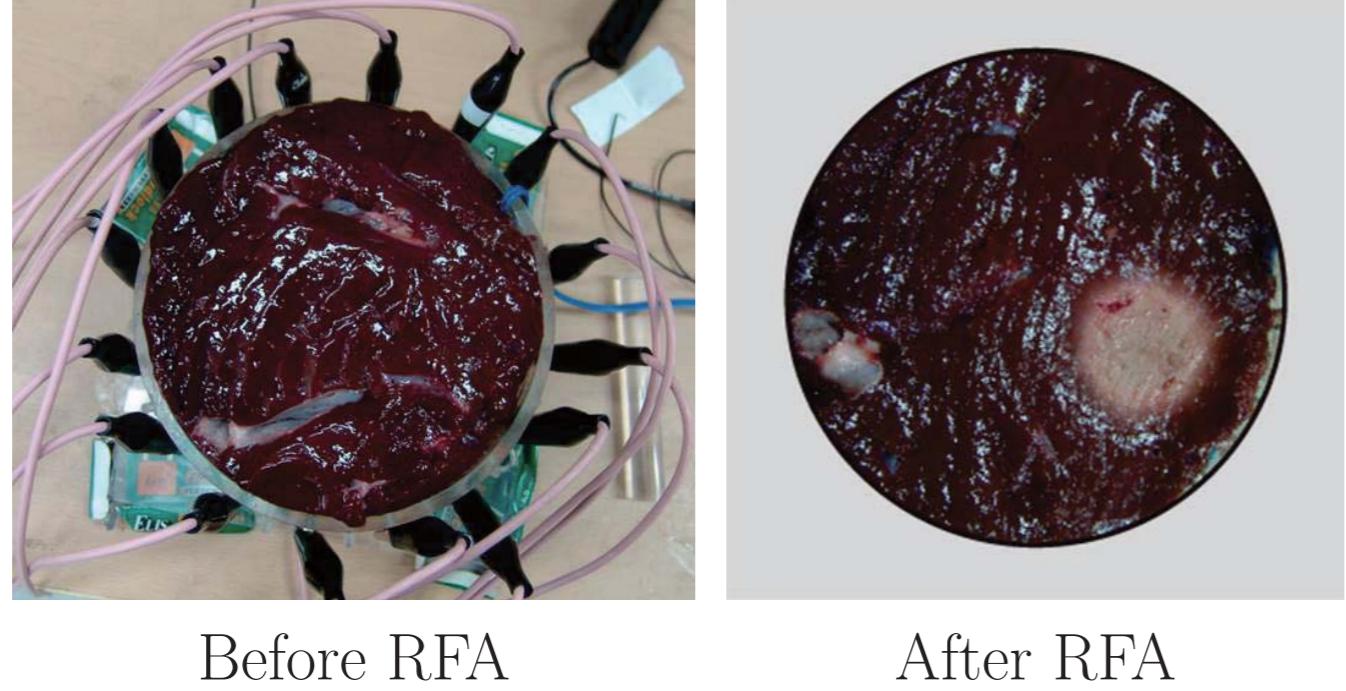
참고문헌

- [1] Margaret Cheney and David Isaacson and Jonathan C. Newell, Electrical Impedance Tomography, SIAM Review, vol 41, 85–101, 1999
- [2] Hyeknam Kwon, Alistair L. McEwan, Tong In Oh, Adnan Faroq, Eung Je Woo, and Jin Keun Seo, A Local Region of Interest Imaging Method for Electrical Impedance Tomography with Internal Electrodes, Computational and Mathematical Methods in Medicine, vol. 2013, Article ID 964918, 9 pages, 2013. doi:10.1155/2013/964918



■ Introduction

- Goal: Develop EIT reconstruction method for monitoring liver tumour radiofrequency ablation (RFA)



- High sensitivity within the ROI (region of interest) is desired since there are significant effects from conductivity changes outside the ROI such as ventilation, perfusion and movement of the lungs and diaphragm, gastric activity and blood flow in large vessels.

- Suggest: Additional internal electrode close to ROI & non-uniform boundary electrodes & new algorithm

■ Method

□ Conventional linear system

- The electric potential u_t at time t is induced by injection current through boundary electrodes;

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\gamma_t \nabla u_t) = 0 \text{ in } \Omega \\ \mathbf{n} \cdot (\gamma_t \nabla u_t) = g \text{ on } \partial\Omega \end{cases}$$

where \mathbf{n} is the outward unit normal vector on $\partial\Omega$ and g is the corresponding Neumann data.

- We collect E^2 number of boundary voltage data $\mathbf{V}(t)$ between \mathcal{E}_k and \mathcal{E}_{k+1} electrodes due to the j th injection current for a sequence of time $t = t_1, t_2, t_3, \dots$:

$$\mathbf{V}(t) := \left(\underbrace{V_{1,1}(t), V_{1,2}(t), \dots, V_{1,E}(t)}_{1\text{-st current}}, \underbrace{V_{2,1}(t), \dots, V_{2,E}(t)}, \dots, \underbrace{V_{E,1}(t), \dots, V_{E,E}(t)}_{E\text{-th current}} \right)^T$$

where $(\cdot)^T$ is the transpose, $|\mathcal{E}|$ is the surface area of the electrode, and

$$V_{j,k}(t) \approx \frac{I}{|\mathcal{E}|} \left(\int_{\mathcal{E}_k} u_t^j dS - \int_{\mathcal{E}_{k+1}} u_t^j dS \right) \approx \int_{\Omega} \gamma_t \nabla u_t^j \cdot \nabla u_t^k d\Omega \quad \text{for } j, k = 1, \dots, E.$$

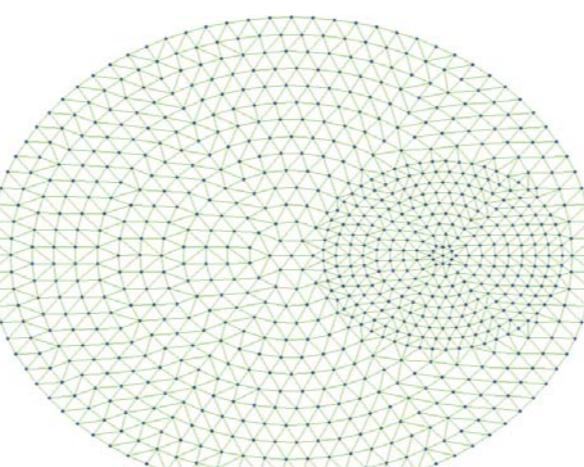
- The time-difference data due to the time-change of $\delta\gamma := \gamma_{t_2} - \gamma_{t_1}$ has the following relation and the linearized method is based on the following rough approximation

$$\delta\mathbf{V} := V_{j,k}(t_2) - V_{j,k}(t_1) = - \int_{\Omega} \delta\gamma \nabla u_{t_2}^j \cdot \nabla u_{t_1}^k d\Omega \approx \int_{\Omega} \delta\gamma \nabla u_*^j \cdot \nabla u_*^k d\Omega$$

where u_* is the potential corresponding to a reference conductivity $\gamma = \gamma_*$.

- Discretizing the domain Ω and assuming that $\delta\gamma$ is constant on each q_n , the time-difference EIT problem can be changed into solving the following linear system

$$\mathbb{S}\delta\gamma = \delta\mathbf{V} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} | & | \\ \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_N \\ | & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\gamma_1 \\ \vdots \\ \delta\gamma_N \end{bmatrix} = \delta\mathbf{V}$$



The n -th column of \mathbb{S} is $\mathbf{s}_n = \left(\int_{q_n} \nabla u_*^1 \cdot \nabla u_*^1 d\Omega, \dots, \int_{q_n} \nabla u_*^j \cdot \nabla u_*^k d\Omega, \dots, \int_{q_n} \nabla u_*^E \cdot \nabla u_*^E d\Omega \right)^T$.

□ Eliminate unrelated data

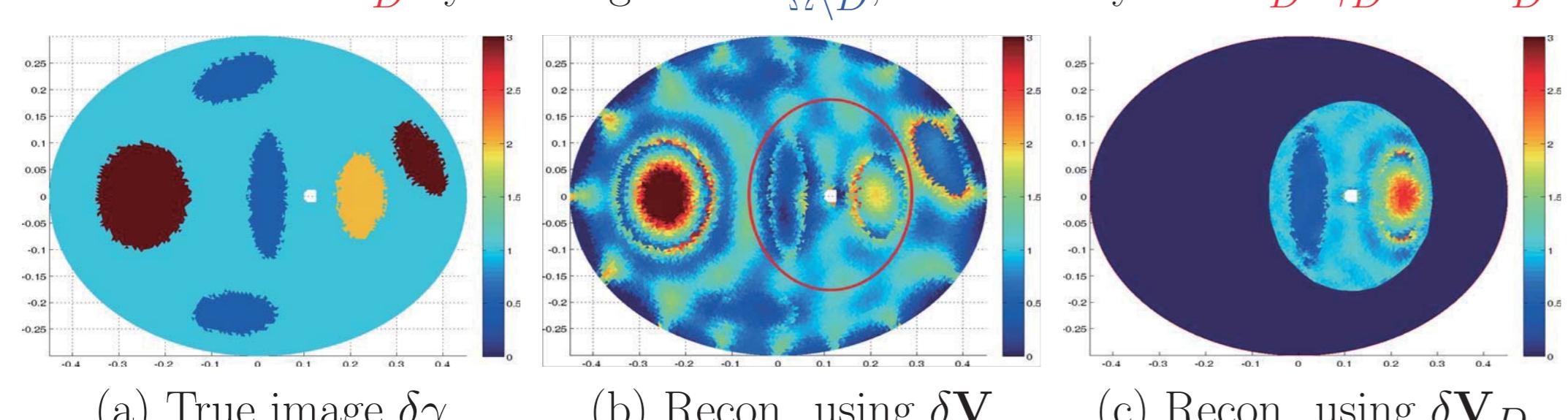
- Imagine that the linear system is divided into two parts

$$\begin{bmatrix} | & | \\ \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_R \\ | & | \\ \hline \mathbf{s}_D & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\gamma_1 \\ \vdots \\ \delta\gamma_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} | & | \\ \mathbf{s}_{R+1} & \cdots & \mathbf{s}_N \\ | & | \\ \hline \mathbf{s}_{\Omega \setminus D} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\gamma_{R+1} \\ \vdots \\ \delta\gamma_N \end{bmatrix} = \delta\mathbf{V}$$

where D represents ROI in Ω , N is the number of points in Ω , R is the number of points in D ,

$\mathbb{S}_D \delta\gamma_D = \delta\mathbf{V}_D$, and $\mathbb{S}_{\Omega \setminus D} \delta\gamma_{\Omega \setminus D} = \delta\mathbf{V}_{\Omega \setminus D}$.

- If we could extract the data $\delta\mathbf{V}_D$ by filtering out $\delta\mathbf{V}_{\Omega \setminus D}$, the linear system $\mathbb{S}_D \delta\gamma_D = \delta\mathbf{V}_D$ appear.



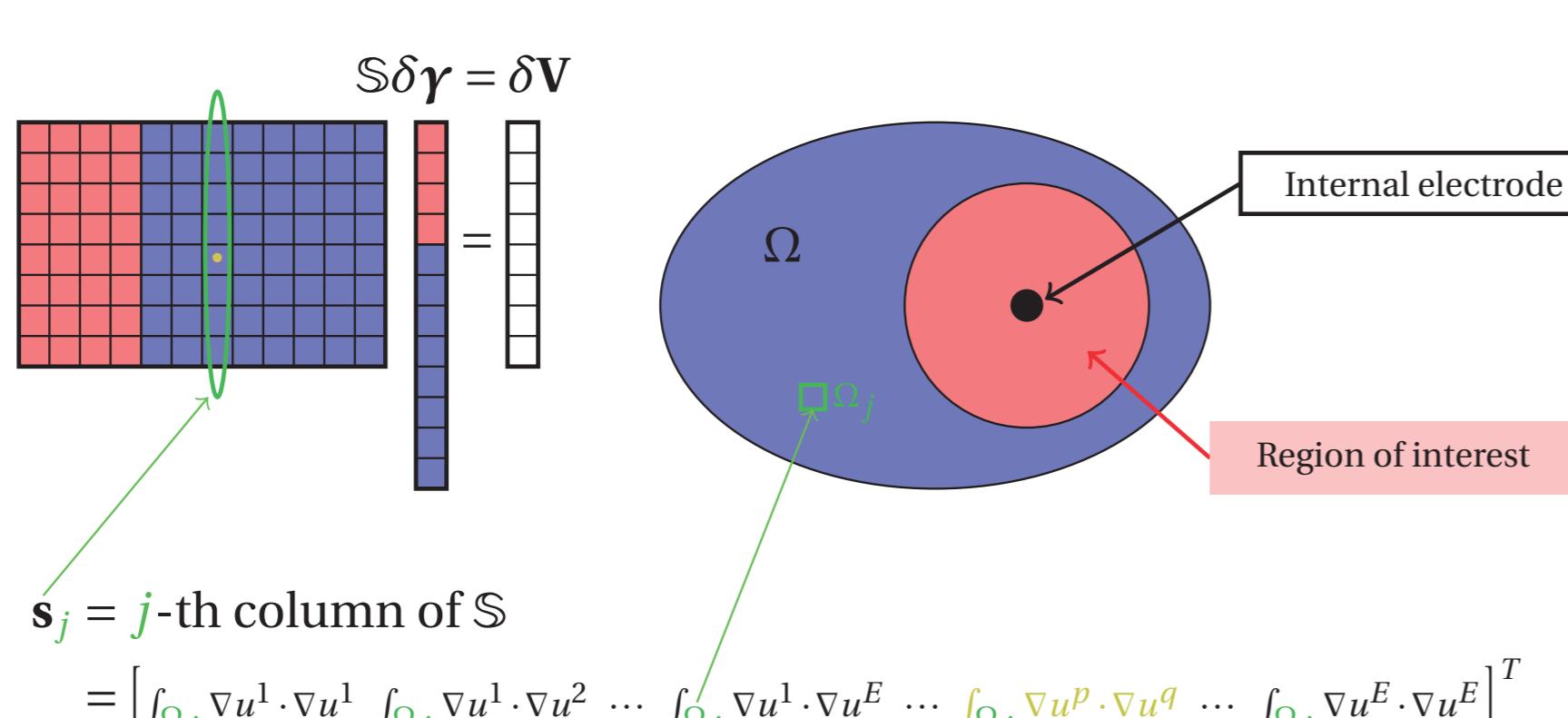
- In order to eliminate the unrelated data $\delta\mathbf{V}_{\Omega \setminus D}$, we need to find an optimal matrix Φ such that

$$\Phi = \arg \min_{\Phi} \|\Phi^T \delta\mathbf{V} - \Phi^T \delta\mathbf{V}_D\|$$

- If Φ satisfies $\|\Phi^T \delta\mathbf{V} - \Phi^T \delta\mathbf{V}_D\| \approx 0$, then we get the localized linear system

$$\Phi^T \mathbb{S} \delta\gamma \approx \Phi^T \delta\mathbf{V}_D \quad (\text{since } \Phi^T \delta\mathbf{V} \approx \Phi^T \delta\mathbf{V}_D)$$

- If the column vectors $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_R$ are orthogonal to $\mathbf{s}_{R+1}, \dots, \mathbf{s}_N$, then $\lambda_D := \min_{\Phi} \|\Phi^T \delta\mathbf{V} - \Phi^T \delta\mathbf{V}_D\| = 0$ by choosing Φ whose rows consist of the column vectors $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_R$. But, this is not possible with the standard EIT electrode configuration. We try to find an optimal Φ which minimizes λ_D .



□ Suggest linear system

- For finding proper Φ , we propose the following minimization

$$\phi_k = \arg \min_{\phi} \left(\sum_{q_j \notin D} |\mathbf{s}_j \cdot \phi|^2 + \alpha \|\phi - \mathbf{s}_k\|_2^2 \right), \quad q_k \in D$$

where α is a suitable parameter. We should note that each ϕ_k is designed to be close to parallel to \mathbf{s}_k while orthogonal to \mathbf{s}_j for each $q_j \notin D$.

- We define a matrix Φ whose columns are consisted of $\{\phi_k\}_{q_k \in D}$:

$$\Phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_R) \quad \text{where } \cup_{n=1}^R q_n = D$$

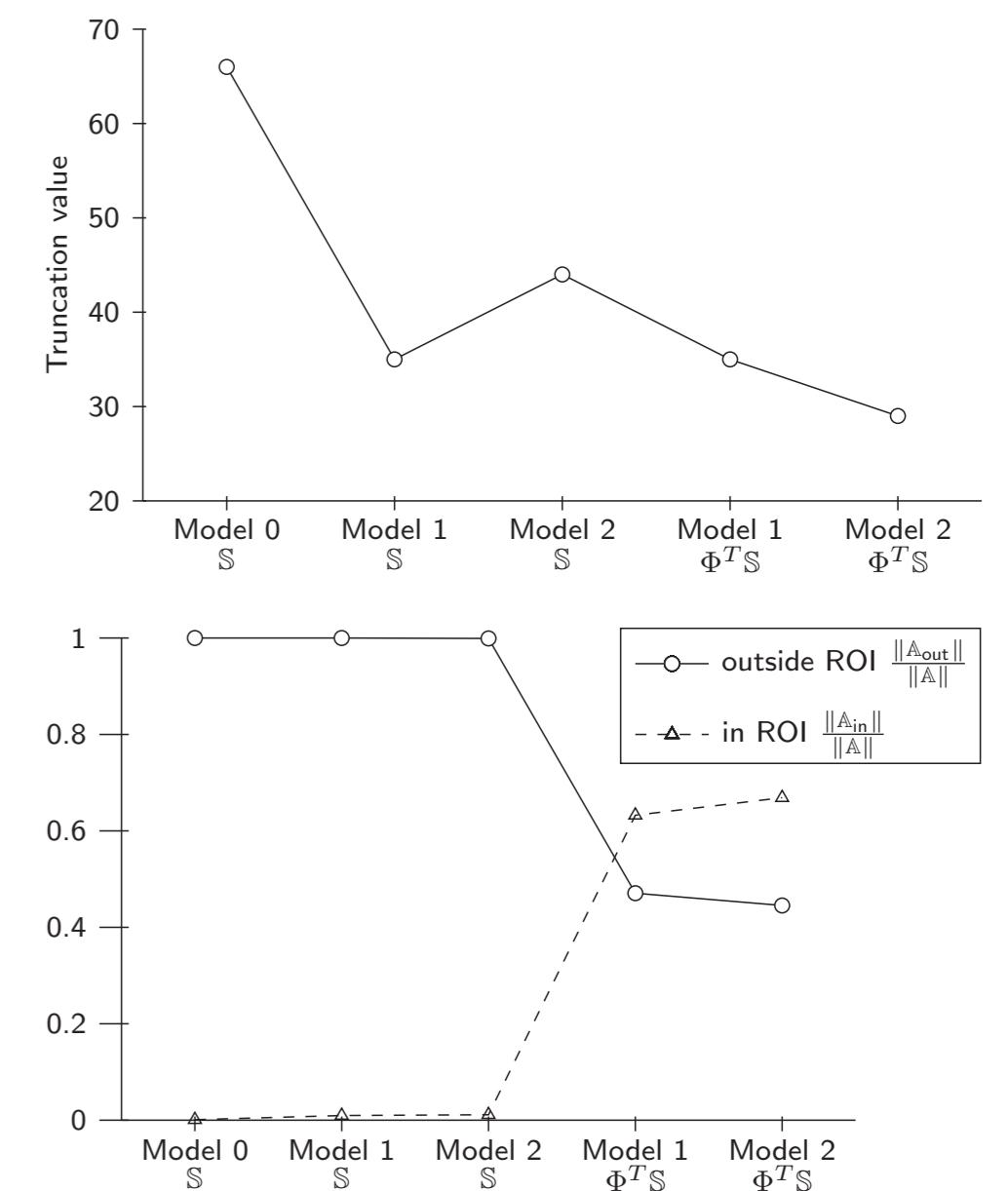
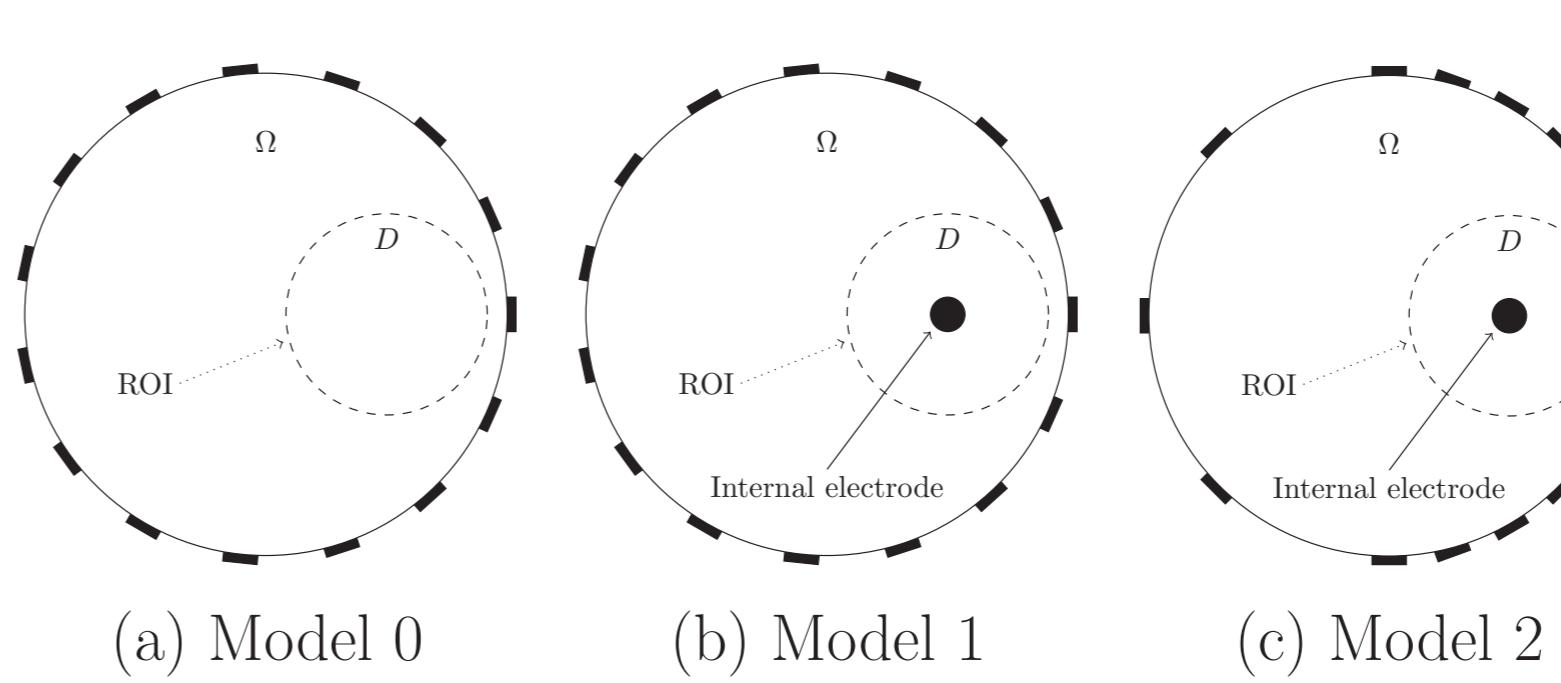
- Multiplication of Φ^T gives the linearized system:

$$\Phi^T \mathbb{S} \delta\gamma = \Phi^T \delta\mathbf{V}$$

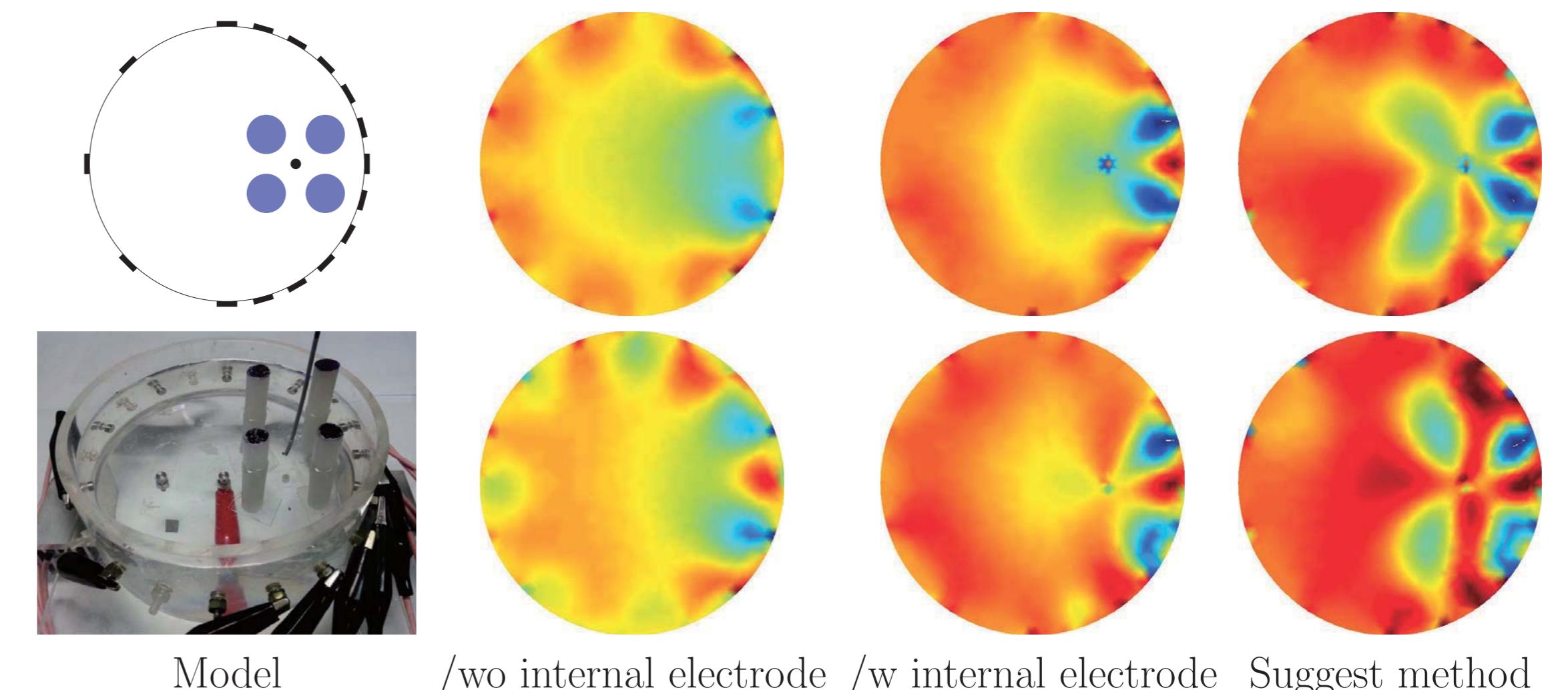
■ Numerical simulation & Phantom experiment

□ Electrode configuration

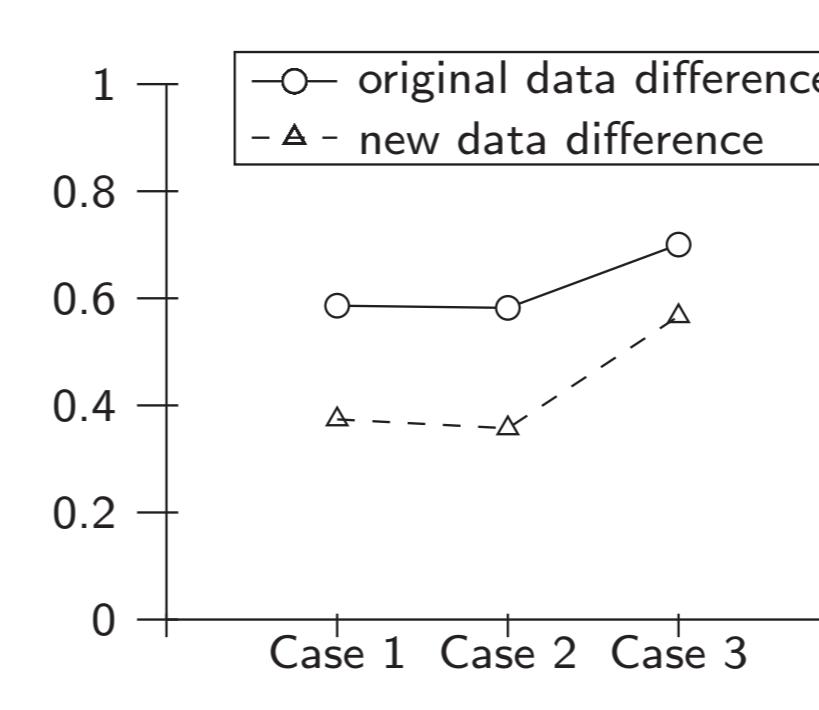
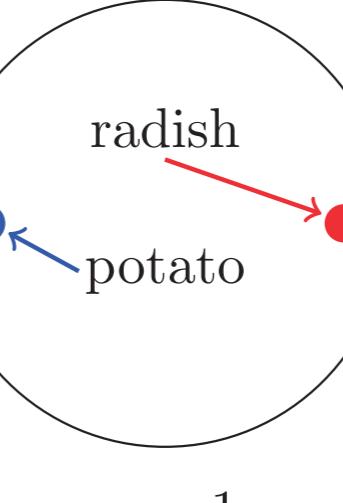
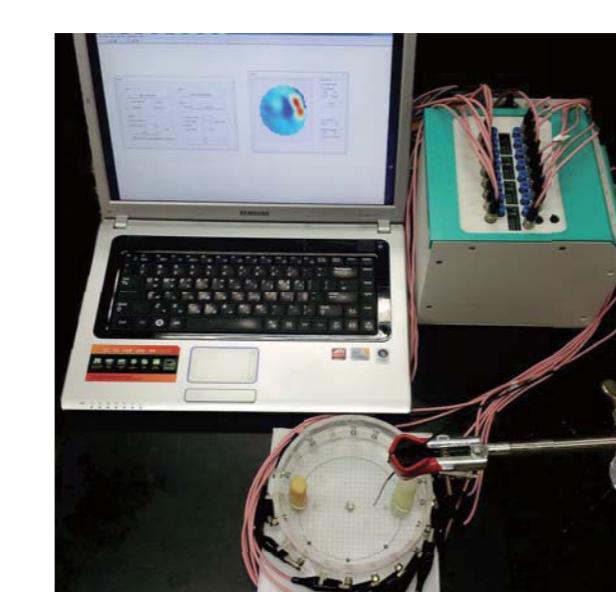
- In order to analyse the boundary electrode position and the benefit of using an internal electrode with the proposed local ROI imaging method, we prepared three different kinds of electrode configuration and applied the conventional and local ROI imaging methods.



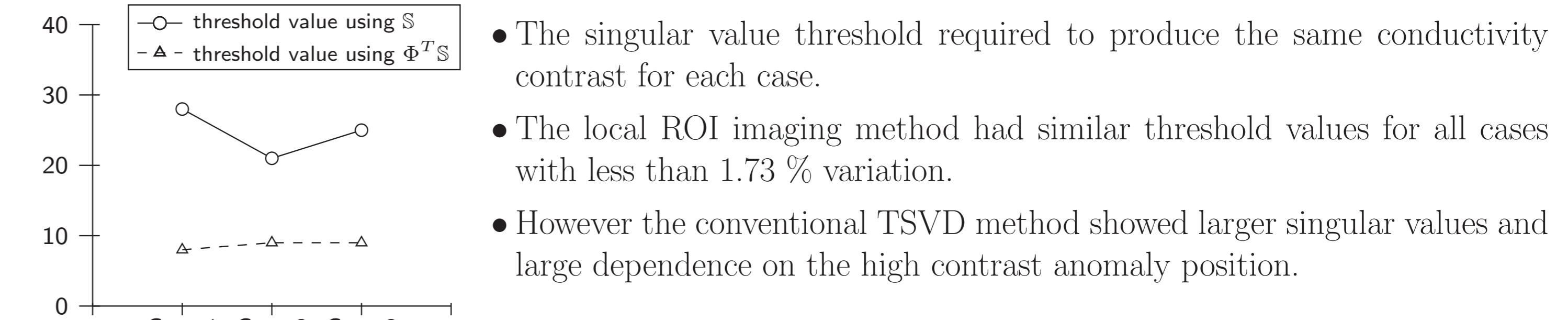
□ Experiment 1



□ Experiment 2



- The effect of the high conductivity contrasted object located outside of ROI.
- There is less effect with the new local ROI imaging method when the object outside the ROI is in the opposite hemicircle to the ROI.
- As the object approaches the ROI (case 1 to case 3) both methods perform similarly.



- The singular value threshold required to produce the same conductivity contrast for each case.
- The local ROI imaging method had similar threshold values for all cases with less than 1.73 % variation.
- However the conventional TSVD method showed larger singular values and large dependence on the high contrast anomaly position.

■ Conclusions and discussions

- The new local ROI imaging method
 - improves the sensitivity in the ROI and robustness to noise by comparison of sensitivity matrix values.
 - provides the approximated linear system with optimized sensitivity matrix to emphasize the detection in ROI.
 - is less affected by the high conductivity contrasted object outside of ROI.
- Published: Computational and Mathematical Methods in Medicine, vol. 2013, Article ID 964918, 9 pages, 2013. doi:10.1155/2013/964918

실린더 뒤에 생기는 유동에 대하여

Editor > 김기하 계산과학공학과URP / 연세대학교 대기과학과 4학년



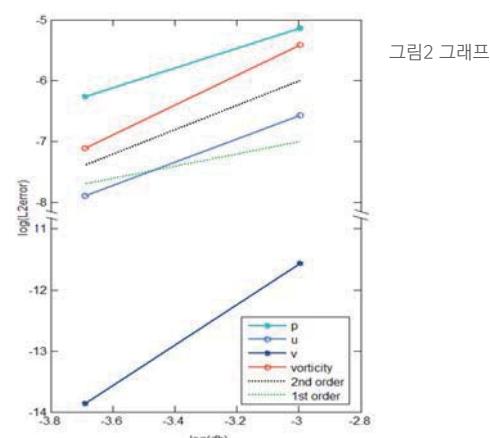
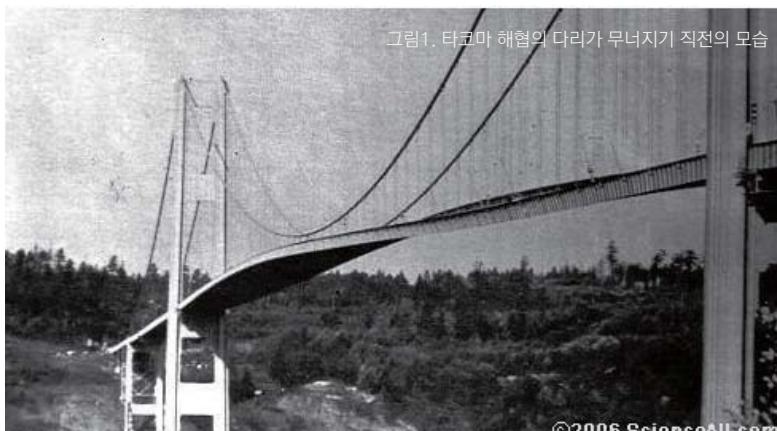
길을 걷다가 현수막이 바람에 흔들리는 것을 본적이 있을 것입니다. 다들 잘 알다시피 물체 주위를 흐르는 유체는 그 물체에 힘을 가합니다. 조금 주의 깊게 관찰해 보면 현수막이 바람 부는 방향 말고 위 아래로 일정하게 흔들리는 것을 보실 수 있을 것입니다. 이것으로 물체 주위를 흐르는 유체가 흐르는 방향뿐만 아니라 수직하게도 힘을 가한다는 것과 그 힘은 진동하고 있다는 것을 알 수 있습니다. 이런 유체의 힘은 가끔 큰 사건의 이유가 됩니다. 다리를 지나 불던 바람이 만드는 이런 힘과 다리의 진동이 일치해서 다리가 무너진 이야기를 들어 보신 적 있을 것입니다. 이처럼 유체가 물체 주위를 흐르면서 생기는 힘의 세기와 그 힘의 진동에 대해 아는 것은 중요합니다. (그림1)

여러 물체 중에 실린더는 많은 물체를 대변 할 수 있는 물체입니다. 굴뚝이나 교량의 기둥은 그것 자체가 실린더이니 말할 것도 없고 고층 건물 같이 다른 모양의 물체도 너비 보다 길이가 크면 대충 실린더라고 근사 할 수 있기 때문입니다. 이번 기사는 실린더주위를 지나는 유체가 만드는 힘에 대해서 알아본 것입니다. 먼저 정지해 있는 실린더 주위를 지나는 유체의 유동과 힘의 관계를 알아 보았고 수직으로 진동하는

실린더에서는 어떤 현상이 나타나는지 알아보았습니다. 유체의 움직임을 실험을 통해서 알아보기는 많은 불편한 점이 있습니다. 먼저 실험하는 비용이 비싸고 유체의 특성상 실험의 변인을 통해 하기가 힘들기 때문입니다. 따라서 전산유체역학(CFD)을 통해 유체의 움직임을 해석합니다. CFD는 유체의 운동을 나타내는 방정식인 Navier-Stokes equation을 수치해석적인 방법으로 풀어 유체의 움직임을 예측하는 것입니다. 수치적인 방법을 사용해서 현상을 알아 볼 때는 사용한 방법이 얼마나 정확한지 알아보는 것이 중요합니다. 수치적 방법은 미분의 개념을 근사 시키는 것으로 작게 구간을 나눌수록 정확한 값이 나옵니다. 따라서 나눈 격자를 늘려가면서 오차가 줄어드는지, 또 얼마나 빨리 줄어드는지를 확인 해서 사용한 방법이 얼마나 좋은 방법인지 확인해 봐야 합니다. 이런 작업을 grid convergence test 이라고 합니다. 그라프를 보면 (그림2 그라프) 구간의 크기가 작아질수록 오차가 감소 하는 것을 확인 할 수 있습니다. 또 다른 논문과 수치해석의 결과 중 중요한 값들을 비교 해 봤는데 다른 연구에서 얻은 값과 비슷한 것을 알 수 있습니다. 따라서 이번에 사용한 CFD

방법은 의미 있는 결과를 알려주는 방법임을 확인 할 수 있었습니다.

처음 살펴본 것은 위치가 고정된 실린더 주위를 지나는 유동과 그로 인해 생기는 힘에 대해서입니다. 결과는 유체의 속도, 점성, 물체의 크기에 따라 다른 결과가 나올 수 있습니다. 이것은 Reynolds number라는 무 차원 수로 통제됩니다(Reynolds number = 유체속도*실린더크기/점성). 즉 Reynolds number가 같으면 같은 유동 특성이 나옵니다. 이번에 살펴본 고정된 실린더는 Reynolds number가 200 일 때입니다. 먼저 아래의 그라프(그림3 sine)를 보면 두 개의 sine 그라프를 보실 수 있습니다. 이중 cd(drag coefficient)는 물체가 유체 방향으로 받는 힘을 의미고 cl(lift coefficient)은 물체가 유체와 수직한 방향으로 받는 힘을 의미합니다. 두 값 모두 sine 함수로 흔들리고 있는 것을 볼 수 있습니다. 다음에 아래에 있는 두 종류의 그림은(그림4-1 & 그림4-2) 각각 Cl, Cd 한 주기 동안 유체가 어떻게 움직이고 있는지 그려본 것입니다. 그림에 나와 있는 선은 유선으로 유체가 유선을 따라 움직인다고 생각하면 쉽습니다. 먼저 Cl을 살펴보겠습니다.



그래프에서 C_l 이 $-$ 방향으로 최대 일 때 C_l 의 유동을 보면 아래쪽에 둥글게 맴도는 유동이 생기고 $+$ 방향으로 최대 일 때는 위쪽에 둥글게 맴도는 유동이 생기는 것을 볼 수 있습니다. 이 맴도는 유동을 소용돌이(vortex)라고 부르는데 이곳의 압력이 일반적인 유동보다 더 작습니다. 따라서 소용돌이가 아래 있을 때는 아래쪽으로 힘이 강하고 위에 있을 때는 위쪽으로 힘이 강한 것입니다. C_d 를 봐도 C_d 가 가장 강할 때 실린더 바로 뒤에 소용돌이가 생긴 것을 볼 수 있습니다.

C_l 과 C_d 의 그래프에서 특이한 점은 C_l 이 한번 진동할 동안 C_d 는 두 번 진동 하는 것을 볼 수 있습니다. 이 이유는 다음과 같습니다. 위 아래로 작용하는 힘은 소용돌이가 위에서 생기거나 아래에서 생기거나 중요하지만 수평 한 힘은 아래에서 생긴 소용돌이든 위에서 생긴 소용돌이든 뒤에만 있으면 되기 때문에 더 빨리 진동하는 것입니다.

두 번째로 살펴 본 것은 유체의 진행 방향과 수직으로 진동하는 실린더입니다. 여기에서는 실린더의 진동이 유체의 진동에 어떤 영향을 주는지 중심적으로 살펴 보았습니다. 실린더의 진동 진폭은 실린더 지름의 0.25배로 했습니다. 정지된 실린더에서 본 것처럼 실린더를 지나

흐르는 유체는 진동 합니다. 이번에 흔든 실린더의 진동은 정지한 실린더가 만든 유체의 진동에 0.5배, 0.9배 1.1배 1.5배에 해당하는 진동수로 흔들어 보았습니다. 그 결과 정지한 실린더를 지나는 유체의 진동과 비슷하게 진동하는 실린더(0.9배, 1.1배)와 그것보다는 확실히 빠르거나 느리게 진동하는 경우(0.5배, 1.5배) 다른 특징을 나타내는 것을 볼 수 있었습니다.

먼저 비슷하게 진동하는 경우 C_l 값은 정지한 실린더와 같이 sine 그래프로 결과가 나온 것을 볼 수 있습니다. 유체 진동의 주파수를 분석 한 결과 유체가 실린더의 진동과 같은 진동수로 진동 하는 것을 확인 할 수 있었습니다. 이런 현상을 lock in 이라고 합니다. 이것으로 lock in 이 되는 진동수로 진동 하는 실린더의 유동은 실린더의 진동과 같은 주파수로 진동 한다는 것을 볼 수 있었습니다. (그림5)

반면 느리거나 빠르게 진동 하는 경우 C_l 값은 정지해 있을 때와 많은 차이를 보였습니다. 이때의 유동을 주파수 분석 해 보면 정지한 실린더에서 만들어낸 유체의 진동과 실린더의 진동 두 개로 이뤄진 것을 알 수 있습니다. 이런 영역을 un lock 이라고 합니다. (그림6)

그림 4-1, 그림 4-2

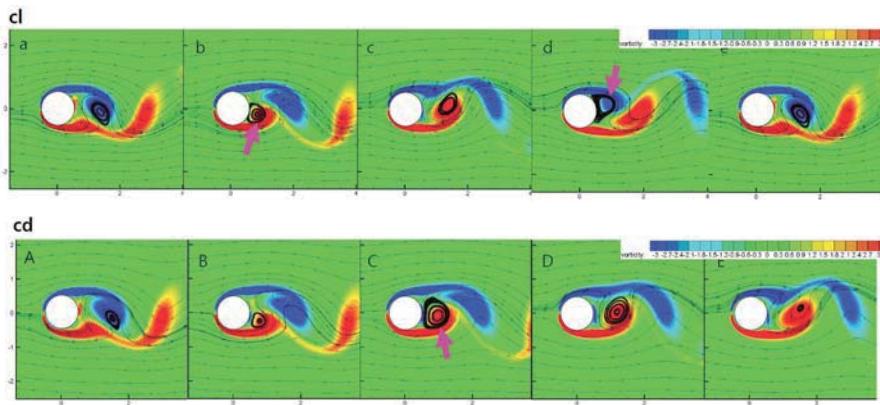
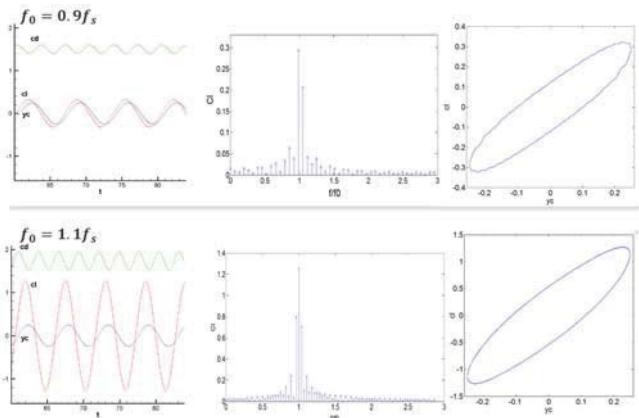


그림 5 lock



이번 공부를 통해 실린더에 작용하는 힘과 유동, 특히 소용돌이와 관계가 있음을 알았습니다. 또, 실린더의 진동과 유동의 진동이 일치하는 lock in 구간과 두 개의 진동이 모두 유체에 나타나는 unlock in이 있다는 것을 알았습니다. 이번에 알아본 사실 이외 다음에 계획하고 있는 것은 진동과 힘의 세기 사이 관계입니다. 또 수직으로 진동하는 것 이외에 수평으로 진동 하는 실린더에 대해서도 알아볼 계획입니다. End

그림 3 sine 그래프

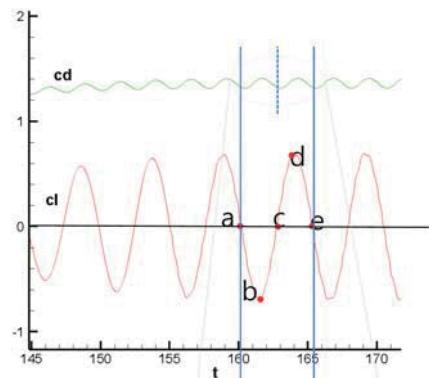
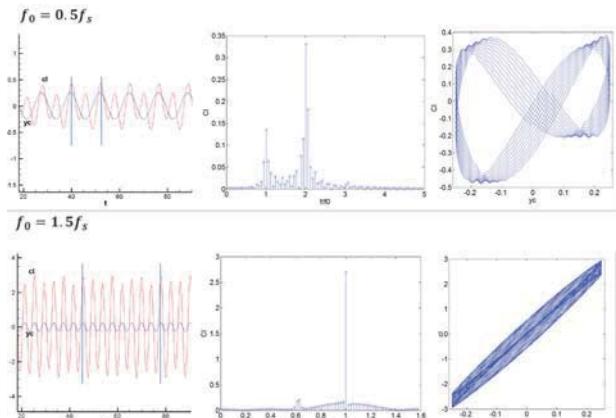


그림 6 unlock



How to solve Ax=b

Editor〉 최원준 계산과학공학과URP / 연세대학교 수학과 3학년

고등학교 때 행렬(matrix)을 배우면서 주어진 미지수가 2개인 연립 1차 방정식을 2×2 행렬 A를 만들어 $Ax=b$ 꼴로 바꾸어 풀은 경험이 있을 것이다. 연립방정식을 적절히 조절하여 그냥 풀 수도 있는데 왜 굳이 행렬을 만들어 풀까? 하는 의문이 든 사람에게 있을 지 모르겠다. 하지만 실제 현대 사회에서 요구되어지는 과학에서의 일기예보를 위한 유체역학의 수치적 모델이나 금융에서의 주가예측모델 등을 수학적으로 모델링하게 되면 미지수가 매우 많아지게 되어 행렬이 꼭 필요하다. 안타깝게도 주어진 주어진 방정식을 행렬을 이용하여 $Ax=b$ 꼴로 바꾸어도 바로 풀리는 것은 아니다. 조그마한 행렬이었던 2×2 행렬과 달리 $10,000 \times 10,000$ 정도 되는 커다란 행렬이 되어버리면 2×2 역행렬을 구하는 간단한 공식이 존재하지 않게 된다. 이과대학 수학과 학생이라면 선형대수 시간에 “Gaussian Elimination”이라는 방법을 배웠을 것이다. 이 방법을 이용하면 이론적으로는 $Ax=b$ 를 풀 수 있지만 연산을 많이 해야 한다. 행렬의 size가 n 이면 대략 n^3 번 정도의 연산이 필요하다. A가 만일 $10,000 \times 10,000$ 행렬이면 연산을 대략 1조번이나 해야한다! 인간이 손으로는 절대 할 수 없는 계산량이고(1초에 1번 연산한다 해도 천만년이 넘게 걸린다) 컴퓨터를 사용해도 오랜 시간이 걸린다. 다행히 ‘천리길도 한걸음부터’라는 우리 나라 속담처럼 초기값을 정해주고 주어진 알고리즘을 반복하여 한걸음 한걸음 걸어나가다 보면 정확한 해에 근사하게 수렴하여 천리길을 완주할 수 있는 여러가지 알고리즘이 존재한다. 이들을 한데 묶어 **iterative method**라 한다.

Iterative method에는 **Jacobian method**, **Gauss-Seidel method**, **Successive over Relaxation method(SOR)**, **Conjugate Gradient(CG) method** 등이 있다.

이 4가지 방법으로 주어진 미분방정식을 finite difference method 를 이용하여 푸는 과정에서 유도된 행렬 문제 $Ax=b$ 를 풀어본 뒤, 어느 방법이 가장 빠른지 비교해보았다.

Jacobi Method

Jacobian matrix로 친숙한 Carl Gustav Jakob Jacobi가 개발한 Jacobian method에 대해 먼저 소개하자면 행렬 A를 A의 대각성분인 D와 그 이외의 성분 L+U로 나눈 후, 기존의 식 $Ax=b$ 를 변형시키면 다음과 같은 반복계산식이 얻어진다.

$$x^{(k+1)} = D^{-1}(b - (L + U)x^{(k)})$$

초기값 $x^{(0)}$ 은 0이 아닌 아무 값이나 가능하다

Jacobian method는 간단한 방법이긴 하지만 그리고 항상 수렴하지 않는다는 단점이 있다. 다행히도, A가 diagonally dominant 한 행렬인 경우(한 행에서 대각성분의 절대값이 다른 성분의 절대값의 합보다 클 경우) 항상 수렴한다.

Gauss-Seidel Method

다음으로 여려 위대한 업적을 남긴 Carl Friedrich Gauss가 제시하고 Philipp Ludwig von Seidel이 보완한 Gauss-Seidel method를 소개한다. Gauss-Seidel method는 Jacobian method와는 조금 다르게 행렬 A를 A의 대각성분+대각선 아래 성분인 D+L와 대각선 위의 성분 L+U로 나눈 후, 기존의 식 $Ax=b$ 를 변형시킨다. 이로 인해 얻어지는 반복계산식은 다음과 같다.

$$x^{(k+1)} = (D + L)^{-1}(b - Ux^{(k)}).$$

초기값 $x^{(0)}$ 은 마찬가지로 0이 아닌 아무 값이나 가능하다.

Gauss-Seidel method는 Jacobian method에 비해 $D+L$ 의 역행렬을 구해야 하므로 약간 복잡한 방법이나, Jacobian method에 비해 빠르게 수렴한다. 수렴조건도 A가 symmetric

하고 Positive definite 하면 되어 좀 더 쉬운 조건이다. 하지만 practical하게 쓰이기에는 아직 느리게 수렴하는 방법이다. 이를 개선하기 위해 Successive over Relaxation(SOR)이라는 방법이 개발되었다.

Successive OverRelaxation (SOR) Method

SOR은 David M. Young, Jr.와 H. Frankel이 선형방정식을 디지털 컴퓨터를 이용해 풀기 위해 개발한 방법으로, 앞서 말했듯이 Gauss-Seidel method의 수렴 속도를 빠르게 하기 위함이 목적이다.

k 번째 값 $x^{(k)}$ 에서 다음 $k+1$ 번째 값 $x^{(k+1)}$ 을 얻기 위해 먼저 앞서 소개한 Gauss-Seidel method에 대입하여 $GS(x^{(k+1)})$ 을 얻고, relaxation parameter ω 를 이용해 가중 평균(weighted sum)을 취하여 얻어지는 반복계산식은 다음과 같다.

$$x^{(k+1)} = \omega x_{GS}^{(k+1)} + (1 - \omega)x^{(k)}$$

이 때 relaxation parameter ω 의 값이 매우 중요하다. ω 에 따라 반복계산식이 수렴하지 않을 수도 있고, 아주 느리게 수렴할 수도 있다. ω 의 범위는 $0 < \omega < 2$ 여야 하고, 이론적으로는 Young's classical theorem에 의해

$$\omega_{opt} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - (\rho(B))^2}}$$

$(\rho(B))$ 는 B의 spectral radius 값 $B = D^{-1}(L+U)$ 이다.

Conjugate Gradient (CG) Method

마지막으로 소개할 Conjugate Gradient method는 앞서 소개한 3가지와는 조금 다른 방법이다. CG method는 원래 최소, 최대값을

구하는 최적화 문제를 풀기 위해 개발된 알고리즘이다. 고등학교 때 이차식

$$\frac{1}{2}ax^2 + bx \quad (a > 0)$$

의 최소값을 구해 본 적이 있을 것이다.

위 이차식은 $ax=b$ 일 때 최소값을 가진다.

그렇다면, $\frac{1}{2}ax^2 + bx$ 의 최소값이

어디에 있는지 다른 방법으로 구하고, 그 값이 $ax=b$ 의 해라고 할 수 있다. 행렬에서도 조금 다른 뿐 마찬가지이다. 간단한 미분을 통해 우리는 symmetric 하고 positive definite 한 행렬 A를 포함하는 벡터 x에 관한 식

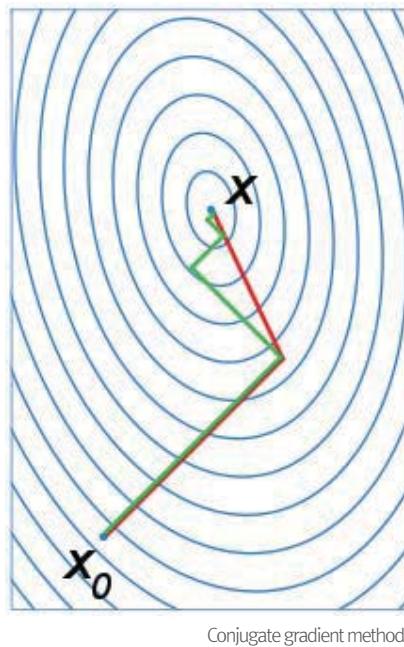
$$\Phi(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - x^T b^o$$

일때 최소값을 가짐을 알 수 있다. CG method에서의 반복계산식은 $x^{k+1} = x^k + \alpha s_k$ 으로, α 와 s_k 는 아래와 같이 정해진다.

$$r_k = b - Ax = -\nabla\Phi(x), \quad r_{k+1} = r_k - \alpha As_k$$

$$\alpha = \frac{r_k^T s_k}{s_k^T As_k}, \quad s_{k+1} = \beta s_k + r_{k+1}, \quad \beta = \frac{r_{k+1}^T r_{k+1}}{r_k^T r_k}$$

위의 반복계산식을 통해 주어진 초기값이 최소값에 수렴하는 과정은 바가지에 세워 놓은 구슬이 지그재그로 내려가는 것과 유사하다.

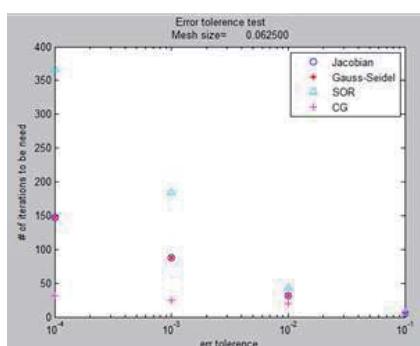


Conjugate gradient method

지금까지 천리길을 완주할 수 있는 4가지 알고리즘을 알아보았다. 멀고 먼 천리길인만큼 가장 빠르게 완주하고 싶은 방법이 무엇인지 궁금할 것이다. 앞서 언급했듯이 이론적으로는 Jacobian method, Gauss-Seidel method, SOR method 이 셋의 속도는 SOR, Gauss-Seidel method, Jacobian method 순으로 빠르다. CG method는 위 세가지 방법보다 빠르다. 정리하자면 이론상 CG, SOR, Gauss-Seidel method, Jacobian method 순으로 빠르다.

Result & Comparison

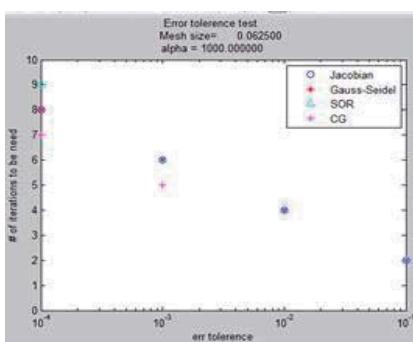
하지만 실제로 연구해보니 속도는 CG, Gauss-Seidel method, Jacobian method, SOR 순이었다. 이론과 달리 SOR이 가장 느린 알고리즘으로 측정된 이유는 SOR에서 가장 중요한 relaxation parameter ω 값이 이론값과 달랐기 때문이다.



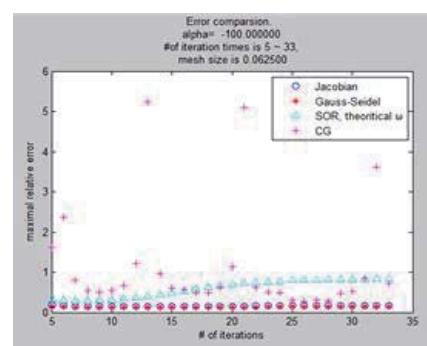
위 그래프는 주어진 에러 ($10^{-1} \sim 10^{-4}$)에 도달하기 까지 얼마나 많은 반복을 해야하는지를 나타낸 것이다. 파랑 원이 Jacobian, 빨간 별 모양이 Gauss-Seidel, 하늘색 삼각형이 SOR, 분홍색 십자가(+)가 CG를 나타낸다. CG가 반복해야 하는 횟수가 가장 적어 가장 빠른 method임을 알 수 있다. Jacobian과 Gauss-Seidel은 거의 비슷한 횟수의 반복이 필요하다. SOR은 가장 많은 횟수의 반복이 필요하여, 가장 느린 방법임을 알 수 있다.

행렬 A를 바꾸어 가면서도 진행해 보았는데 A가 좀 더 diagonally dominant 하고 positive

definite에 가까워지면 좀 더 빠른 속도로 수렴한다. 예를 들어 10^{-4} 정도의 에러를 얻기 위해 예전 행렬에서는 Jacobian method로 약 150회 시행해야 했으나 이번 행렬에서는 8 번이면 되었다. 4가지 방법의 수렴속도순위는 예전 행렬과 같다.



반대로 행렬 A가 diagonally dominant 하지 않거나 positive definite 하지 않으면 아래 그래프와 같이 에러가 수렴하지 않고 발산하게 된다.



이번 연구에서는 가장 기본적인 선형방정식인 $Ax=b$ 를 풀기 위해 고안된 4가지 알고리즘의 수렴성을 체크하고 각자의 속도를 비교해보았다. 하지만 아쉽게도 SOR method의 경우 relaxation parameter ω 값이 이론값과 달라 수렴은 하되 수렴속도가 이론과 다르게 되었다. 다음에는 SOR method의 더 좋은 relaxation parameter ω 값을 구하는 방법을 고려할 것이다. End

Face Recognition using Eigenfaces

Editor〉 이지영 계산과학공학과URP / 이화여자대학교 수학과 3학년

As an undergraduate research student at CSE Dept of Yonsei, I found Face Recognition as one of my subject to investigate. In this article, I would like to introduce face recognition system, specifically using eigenface as far as I have studied during this summer. Face recognition is recently getting more and more attention. Face recognition system can be easily found not only in the related field of security such as identification and searching criminals but also in the field of consumer-oriented system such as digital cameras and smart phones.

Security was historically and will stay in the future the main application of face recognition in practice. For instance, one of the latest usages is coming from Google, the Face Unlock feature which enables you to unlock your phone after your face has been successfully recognized. In addition, advertising companies are actually working on ad-boards which would adapt their content to the passersby. After analyzing the person's face, commercials would adapt to the gender, age, or even personal style. With low risk of loss or replication, the biometric identification systems such as face recognition, iris scanning, and fingerprint scanning has emerged as a next generation identification system.

1. The Basics of Face Recognition

Face Recognition is one of the most popular computer vision problems which has a bright future. Sirovich and Kirby [1] first applied the principal component analysis in efficient face representation.



1) smart_phones

In this technique a new coordinate system is created for the faces where coordinates are part of the eigenvectors of a set of face images. New faces can be approximately reconstructed with only part of their projection onto the new low-dimensional space. The first intents to explore face recognition were made in the 60' s. However, it was until the 90' s when Matthew Turk and Alex Pentland [2] expanded the idea to face recognition by

implementing the “eigenfaces” algorithm that this field showed some really exciting and useful results. Faces were encoded by a small set of weights corresponding to their projection onto the new coordinate system, and are recognized by comparing them with those of known individuals.



2) face_detection

2. Face recognition process

The process of recognizing a face in an image has two process: (1) Face detection process and (2) Face recognition process.

- Face detection : detecting the pixels in the entire image which represent the face.
- Face recognition : the actual task of recognizing the face by analyzing the part of the images identified during the face detection phase.

3. Methods and algorithms

There are several methods and algorithms used to perform face recognition. Recognition based statistical methods are methods which use statistics to examine the distance between two images. The most significant are:

- Principal Component Analysis (PCA)
 - Linear Discriminant Analysis (LDA), Fisher's Linear Discriminant (FDA)
 - Independent Component Analysis (ICA)
- Face recognition using PCA method is described in this article, others are not.
- Gabor Filters – filters commonly used in image processing, that have a capability to capture important visual features. These filters are able to locate the important features in the image such eyes, nose or mouth. This method can be combined with the previously mentioned analytical methods to obtain better results.
 - Neural Networks – Neural Networks are simulating the behavior of human brain to perform machine learning tasks such as classification.

Eigenface algorithm which uses PCA is the base of the research done in face

recognition. Other analytic methods such as LCA and ICA build on the foundations defined by the eigenface algorithm. Gabor filters are used to identify the important features in the face and later eigenface algorithm can be used to compare these features. Sometimes the image is first defined as linear combination of eigenfaces and then it's describing vector is passed to the Neural Network. In other words eigenface algorithm builds really the base of face recognition.

4. Eigenface algorithm and PCA

The eigenface algorithm compute the distance between the captured image and each of the images in the database. Then select the image from the database that has the smallest distance from captured image. In specific, the recognizer first finds an average face by computing the average for each pixel in the image. Each eigenface represents the differences from the average face. First eigenface will represent the most significant differences between all images and the average image and the last one the least significant differences.

3) pudding



Specifically, the eigenfaces themselves form a basis set of all images used to construct the covariance matrix. This produces dimension reduction by allowing the smaller set of basis images to represent the original training images. From mathematical point of view eigenfaces are graphical representation of eigenvectors of co-variance matrix representing all the images.

Here is the training set of 3 people of me and my friends, having 5 images of each person. The following images are the mean face and first five eigenfaces obtained by using Matlab.

Now when we have the average image and the eigenfaces, each image in the database can be represented as composition of these. Let's say:

$$\text{Image1} = \text{Meanface} + 9\% \text{ Eigenface 1} + 5\% \text{ Eigenface 2} + \dots + 1\% \text{ Eigenface 5}$$

This basically means that we are able to express each image as a vector of percentages. The previous image becomes to our recognizer just a vector [0.9, 0.5, ..., 0.1]. The vector is a simplification of the subject.



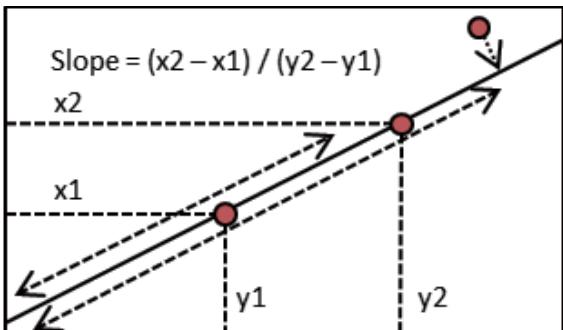
4) (Left) Meanface (Right) 5 eigenfaces

The key point in the PCA is the reduction of dimensional space. Imagine comparing the images without eigenfaces. We would simply have to compare each pixel, an image with resolution 50 x 50 pixels will give us 2500 pixels. In other words, we would have space of 2500 dimensions. Thus, we decided to reduce the dimensional space by using the eigenvalues - the number of eigenfaces is the number of dimensions in our new space.

To understand the reduction of dimensional space reduce the number of dimensions, take a look at this example:

In two-dimensional space, each point is defined by its two coordinates. However, if we know that several points lay on the same line, we could identify the position of each point only by knowing it's position along the line. To obtain the x and y coordinate of the point we would need to know the slope of the line and the position of the point on the line. We have reduced the dimension by one. In this example the slope of the line becomes the principal component, the same way eigenfaces are principal components during the face recognition algorithm.

5) dimension reduction



5. Application of Face Recognition

The applications of face recognition is endless but this applies not only to face recognition but also to the whole field of machine learning. The amount of data generated every second forces us to find ways to analyze the data. Machine learning will help us to find a way to get meaningful information from the data. Face recognition is just one concrete method of this big area.

6. Reference

<http://blog.octo.com/en/basics-face-recognition/>

http://navercast.naver.com/contents.nhn?rid=122&contents_id=4827

End

6) machine learning





그것이 알고 싶다 : CSE 대학원생 편

Editor > 오동건 계산과학공학과 URP / 대기과학과 3학년

안녕하세요. 저는 이번 인터뷰를 맡은 CSE 학부 인턴 오동건입니다. 대학원 진학을 고려하고 계시는 학부생 여러분들에게 대학원 생활의 실상을 폭로해볼까 합니다. 오늘의 인터뷰를 위해서 CSE의 대학원생 한 분을 모셨습니다. 한번 만나보실까요?

자기 소개

안녕하세요. 이번 뉴스레터에서 대학원생들에 생활에 대해서 인터뷰하기로 한 CSE 학부 인턴 오동건입니다. 간단하게 자기 소개 해주세요. 저는 CSE에 조기입학 하여 지금은 석박 통합과정 2학기인 Numerical Analysis 과의 이슬임입니다. 예전에 인턴장을 했던 적도 있구요.

지원 동기와 학업 관련

네, 만나서 반갑습니다! 일단 CSE로 대학원 진학을 결정하게 된 특별한 계기나 동기가 있나요?
처음에 학부에서 이지현 교수님의 과학계산입문이라는 수업을 듣게 되고 CSE 분야에 관심이 생기기 시작했습니다. 그러다 CSE에서 포스터 발표회를 한다는 것을 알게 되었고, 포스터 발표회에도 한번 가봤습니다. 그곳에서 학부 인턴을 모집한다는 것을 알게 되었고, 학부 인턴으로 지원하게 되었죠. 그리고는 대학원까지 진학하게 된 것입니다.

학부 인턴으로 시작하셔서 대학원까지 CSE로 오셨다는 말이군요?
그렇습니다.

Numerical Analysis 과에서 지금 하고 계신 연구는 어떤 것인가요?

아직 석사 과정이라서 뚜렷하게 어떤 연구를 한다고 말하기는 어려울 것 같습니다. 거의 수업 듣는 것과 내 연구과제에 대해서 공부하는 것이 대부분입니다. 또, 제가 해보고 싶었던 것들에 대해서 이것 저것 공부해보고 있습니다. 지금은 FEM(Finite Element Method)에 대해서 연구하고 있는데, 그 중에서도 현재는 DG-FEM(The Discontinuous Galerkin Finite Element Method)에 대해서 공부하고 있습니다.

학부 과정에서 수강하신 강의 중 대학원(Numerical Analysis 과)에 입학한 뒤 도움이 많이 되거나, 많이 사용되는 강의는 어떤 것들이 있나요?

가장 필요하다고 생각되는 것부터 말하자면, 1위는 아마도 선형대수 일 것 같네요. 가장 기초적이고 많이 사용되므로 학부 과정에서 가장 필수적인 강의는 선형대수입니다. 두 번째로 가장 많이 사용되는 강의는 실해석입니다. 하지만 선형대수나 실해석 모두 학부에서 수학과를 전공했다면 필수적으로 들어야 하는 강의들입니다. 실제로 지금 배우면서 가장 중요하다고 생각하는 강의는 대학원 실해석 강의입니다. 수학과라면 필수적으로 들어야 하는 강의 이외에는 대학원 실해석 강의를 가장 추천하고 싶네요.

또는 제가 CSE에 관심을 가지게 되었던 과학계산입문 강의도 괜찮을 것 같네요.

이번 학기에 대학원에서 수강하고 있는 강의는 어떤 것들이 있나요?

이번 학기에는 numerical PDE, FEM, 수학적모델링 및 수치해석, 이렇게 3개의 강의(총 9학점)를 이수하고 있습니다.

대학원에 입학하기 위해서 다를 줄 알아야 하는 프로그램이 있다면 어떤 것들이 있나요?
무엇이든 하나만 제대로 할 줄 알면 괜찮습니다. 하지만 CSE 대학원에 입학해서 강의를 수강하기 위해서는 MATLAB이 가장 좋을 것 같네요. 물론 CFD 전공에 지원하고 싶다면 Fortran도 익혀 두는 것이 좋을 것 같네요.

CSE 대학원생의 생활

지금부터는 조금 사소하고 현실적인 생활에 대해서 질문해보도록 하겠습니다. 일단 출/퇴근 시간이 언제인지 궁금한데요. 정해진 시간이 있나요?

정해진 시간은 없습니다. 저 같은 경우에는 보통 오전 11시 전에 첨단관에 와서 오후 6시 이후에 퇴근하는 것 같네요. 정해진 시간이 없으므로 출/퇴근은 비교적 자유롭습니다. 그래도 다른 연구실과 같이 일주일에 근무해야 하는 시간은 정해져 있는 것으로 알고 있습니다.

오늘이 토요일인데, 오늘 학교에 오신 것은 자율적으로 오신 것이겠군요!

네, 크게 강요하는 부분은 없습니다.



같은 연구실 안에서 학생들 간의 교류는 어느 정도 이루어지고 있나요?

다른 과는 어떠한지 모르지만 저희 과 같은 경우는 지도교수님에 따라서 팀으로 운영되기 때문에 같은 팀끼리는 자주 밥도 먹습니다. 실제로 일주일에 1번 이루어지는 세미나가 끝나면 다같이 식사를 하러 갑니다. Numerical Analysis 전공 같은 경우는 3개의 팀으로 이루어져 있습니다. 각 팀 안에서는 모두 친하게 지내고 있고, 다른 팀 학생들과도 같은 연구실을 사용하고 있기 때문에 완전히 단절된 것은 아닙니다. 마음만 먹는다면 다른 방 사람들과도 친하게 지낼 수 있습니다. 또 학부 인턴을 해왔던 경우에는 CFD(Computational Fluid Dynamics) 방과 Medical Imaging 방 학생들과도 이 전부터 알고 지내왔기 때문에 친하게 지낼 수 있습니다.

혹시 회식을 하게 되면 술자리를 갖게 되나요?

저희 팀은 술을 잘 먹지 않습니다. 단체로 술자리를 갖거나 술을 권하지는 않습니다.

궁금한 점이 생겼는데요, 교수님들과의 교류는 어떤가요?

이 것도 과나 팀마다 다르겠지만, 저희 팀 같은 경우 세미나가 끝나고 밥을 먹으러 갈 때면 교수님이 때때로 같이 가기도 합니다. 바쁜 일이 없으시면 되도록 같이 가주시는 것 같습니다.

인터뷰를 마치며

이제 인터뷰가 거의 끝나가는데요. 군복무는 어떻게 하셨나요?

군대는 학부 때 육군으로 얼른 다녀왔습니다.

그렇다면 앞으로 진로는 어떻게 생각하고 계신가요?

석사과정 까지만 마칠 생각이라면, 그 이후의 진로를 고민해봐야 하겠지만, 통합과정인 저는 졸업 하는 것이 당장의 저의 진로인 것 같네요.

주말에 바쁜 시간 내주셔서 정말 감사합니다!

네, 감사합니다. End

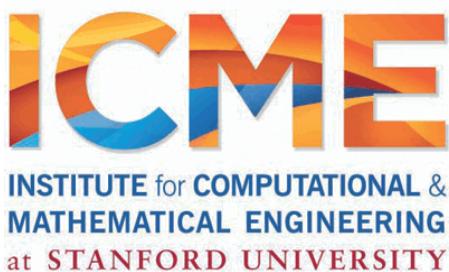


연구실 모습



세미나 발표





Institute for Computational and Mathematical Engineering (ICME) of Stanford university was founded as an institute in 2004, and is the successor program to Scientific Computing & Computational Mathematics (SCCM), which was led by Gene Golub and Joe Oliger and founded in the late seventies.

At ICME, they work at the intersection of mathematics, computing and applications in engineering and the applied sciences. They collaborate closely with engineers and scientists to develop improved computational approaches and mathematical models. They help advance many engineering and scientific fields, such as fluid and solid mechanics, computer graphics, reservoir modeling, bio-engineering, uncertainty quantification, stochastics, optimization, financial mathematics and many more.

They offer both MS and Ph.D. degrees. They attract outstanding graduate students with strong mathematical and computational skills. They currently have around 60 MS students and 65 Ph.D. students in our program. Their students are taught and advised by over 40 associated faculty, who represent 16 different departments in four schools on campus.

They train students and scholars in mathematical modeling, scientific computing, and advanced computational algorithms.

CSE Overseas : Stanford – ICME

Editor〉 김동건 계산과학공학과 통합과정

GTC express

OpenACC 2.0 vs OpenMP 4.0 Programming Comparison

A webinar presented by Dr. James Beyer,
Compiler Engineer, Cray Inc.
October 9, 2013
[Register today >](#)

Emerging Companies Summit

Showcasing disruptive and revolutionary GPU-based technologies

GTC Mobile Summit

At the Convergence of
Mobile Technology and Business

They offer a comprehensive suite of undergraduate and graduate service courses to the Stanford community in numerical methods, computing and applied mathematics. For their graduate students we also offer a strong core set of advanced courses that include theoretical and numerical differential equations, discrete mathematics, linear and nonlinear optimization, numerical linear algebra and stochastic methods.



Also, with access to experienced students and top researchers, they have the computational consulting service called C² to offer advice on a range of computational topics.

Stanford ICME – C² (Computational Consulting)



C² is a free service of ICME offered to all researchers at Stanford and members of the extended Stanford community. They also provide a quote on a project as an individual outside of the Stanford community. This is a graduate student run service with faculty oversight, and they are an official Stanford Student Group. With access to experienced students and top researchers, C² is in a unique position to offer advice on a range of computational topics such as Matrix Problems, Optimization, Discrete Mathematics, PDEs & Physical Simulation, High Performance Computing, and Machine Learning

Matrix Problems

They have expertise in a variety of methods in numerical linear algebra including:

- Direct solver methods
- Iterative solver methods (including Krylov methods and splitting methods)
- Eigenvalue problems
- Matrix Factorizations

Consultants can provide advice regarding stability, conditioning, and pre-conditioning, as well as assist with the selection of libraries.

Optimization

The Systems Optimization Laboratory produces optimization software that has been applied in many areas of engineering, economics, finance, forestry, etc. Some examples include:

- Design of both yachts in the 1995 America's Cup final
- Online control of transmission networks for electricity and gas
- Prediction of oil prices by the Federal Reserve
- Climate modeling for the greenhouse debate
- Determination of forces on the thigh bone prior to prosthesis insertion
- Trajectory optimization for aircraft and spacecraft (including optimal control of the
- DC-X experimental single-stage VTOL rocket)

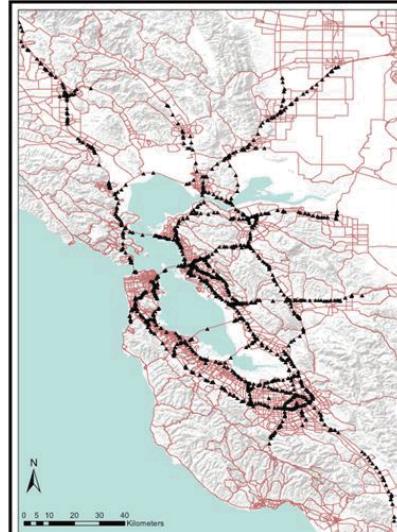
PDEs & Physical Simulation

Consultants help to choose and guide you through the implementation of numerical schemes for PDEs and simulation, such as finite differences, finite elements, finite volumes, etc. They can also offer advice on stability, convergence rates, high order methods, shock capturing, boundary conditions, and mesh quality.

HPC

C² consultants have recognized expertise in developing high-performance

Future networks



algorithms and parallelization for massive-scale, multi-core, and GPGPU processing nodes. Some recent work includes:

- Adaptive mesh refinements for nanoscale device physics resulting in up to three orders of magnitude of improvement
- Improved Phillips MRI scanning rates by 4x with improved image quality using compressed sensing.

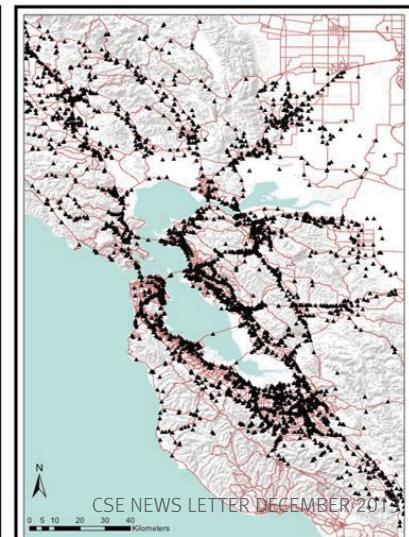
C² consultants have expertise in several domains including: solvers for partial differential equations, fluid dynamics simulations, geophysical simulation, and many more.

Machine Learning

C² Consultants have been able to apply expertise in statistical data mining across a wide range of applications:

- Improved Twitter's link recommendation engine follow rate by 50% using binary classification and supervised random walks.
- Improved statistical machine translation engine for documents written in less-common languages. Created the Obama 2012 campaign model for identifying likely donors by connecting social networks to political and demographic datasets.
- Detected off-label drug usage using millions of doctors' notes from Stanford Hospital and other outpatient facilities. Developed a tool to extract structured information about problems, medications, and procedures from the unstructured text of doctors' notes.

End



CSE NEWS LETTER DECEMBER 2013

QUIZ

QUIZ 4문제를 모두 풀어서 CSE 사무실로 보내주세요!

문제를 모두 맞추신 분들 중 추첨을 통하여 경품을 드립니다. 많은 참여 바랍니다.

- 오프라인 및 이메일 제출 가능
- 발송 시 이름, 소속, 연락처 필수
- 연세대학교 첨단관 609호
- csedept@yonsei.ac.kr

① 당신이 죽어서 천국과 지옥 사이에 있습니다. 그 앞에는 천사와 악마 당신이 있습니다. 천사는 무엇이든 원하는 걸 들어주고 악마는 반대로 들어줍니다. 당신은 천사와 악마 앞에서 한마디만 할 수 있습니다. 당신은 뭐라고 말을 해야 천국에 갈 수 있을까요?

② 다음에 올 숫자는?

- 1
- 11
- 12
- 1121
- 122111
- 112213
-

③ ○에 들어가야 할 것은?

$$2\bigcirc 4 + 7 \bigcirc 6 = 10$$

④ 위 문제들에 없는 것은? ○○

▼ 지난 Quiz 정답

Instead of binary numbers with digits '0' and '1', we will use ternary numbers with digit '0', '1' and '2' to represent bottles. So by this 5 digits are enough to represent 240 bottles as $(3^5 > 240)$. Strategy is to ask the i-th Guinea pig to drink the bottle on day 1 if i-th place is 1 in bottle number and on day 2 if its 2.

If you still didn't get then let me take an example to explain. Suppose the bottle with number 01201 is poisoned then ask Guinea pig 2 and 5 to drink it on day 1 and Guinea pig 3 on day 2. After 2 days you'll see that Guinea pig 1 didn't die(0), Guinea pig 2 died after first day (1), Guinea pig 3 after second day (2), Guinea pig 4 didn't die(0), Guinea pig 5 died after first day (1). Therefore, 01201 = the index representing the bottle.

정답을 적어 CSE사무실로
보내주시는 분께 추첨을 통하여
경품을 드려요!
많은 참여 바랍니다.
- 오프라인 및 이메일 제출 가능
- 발송시 이름, 소속, 연락처 필수
- 연세대학교 첨단관 609호
- csedept@yonsei.ac.kr



Contact

Haeeun Han

첨단과학기술연구관 609호

csedept@yonsei.ac.kr

82.2.2123.6121

<http://cse.yonsei.ac.kr/>

<http://www.facebook.com/yonsei.cse>